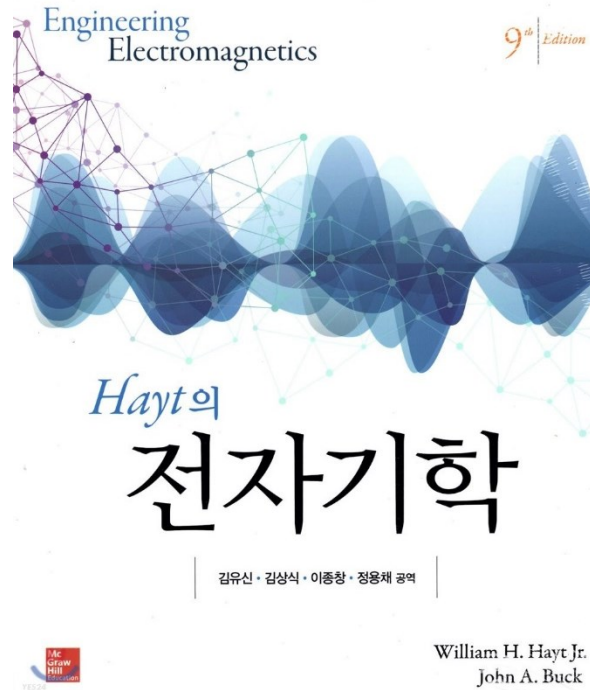


전기자기학 I (01)

(강의자료 #1)



교과목명 : 전기자기학 I (02)

담당교수 : 이 수 형

E-mail : soohyong@uu.ac.kr

교재명 : 유인물

수업계획서

교과목명	전기자기학	교과목번호	K3019B
담당교수	이 수 형	수강대상	에너지전기공학부 2학년
학점 (시수)	3(4)	이수구분	전공
강의시간, 강의실	화4/금3,4 (갈마관 413)	교수연구실	갈마관 405
전화번호	054-760-1664	상담가능시간	사전약속 후 수시로 가능
핸드폰	010-2521-3227	E-mail 주소	soohyong@uu.ac.kr

수업 개요

- 전기 및 제어, 원전시스템공학을 전공하는데 중요한 기초과목이므로 전자기 현상에 관한 기초지식과 함께 법칙의 개념파악에 중점을 둔다. 전자장은 다시 전기장과 자기장으로 나누어지는데 전기자기학1에서는 주로 전기장을 다루며 그 내용으로는 벡터해석, 쿨롱의 법칙 및 전계의 세기, 전속 밀도와 가우스의 법칙, 전계의 에너지 및 전위 등을 차례로 다룬다.

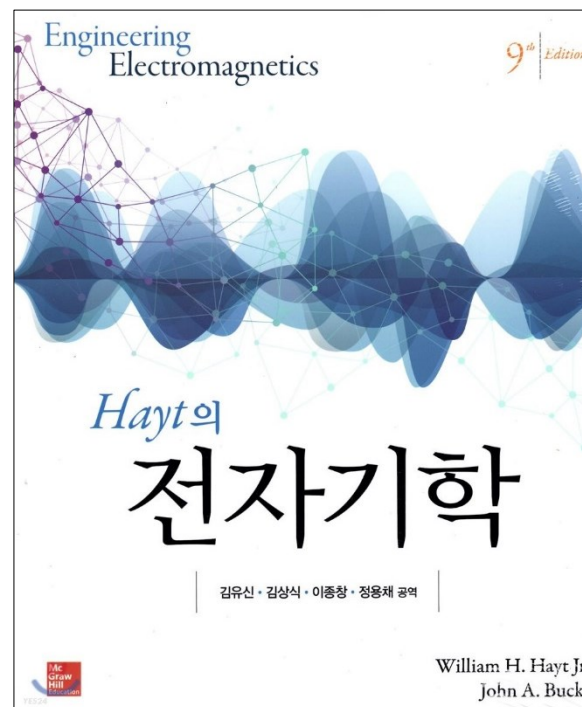
수업 목표

- 수업 목표

- 전기자기학에 관련된 현상 및 기본적인 개념을 익힌다.
- 전기장이 발생하는 원인 및 전하의 분포에 따른 전기장의 해석 방법을 배운다.
- 전계의 세기 및 전속밀도의 개념을 익히고 계산방법을 배운다.
- 전기 에너지와 전위의 개념 및 계산방법을 익힌다.

- 교재 및 참고문헌

- 전자기학 9판, William H. Hayt외 1인 원저,
McGraw-Hill Korea



성적 평가 및 참고사항

- 성적 평가 방법 및 기준

평가방법	반영비율	내용
출석 및 수업참여도	20%	- 결석 1회시 1점 감점, 지각 3회시 결석 1회 처리 - 수업시간 중에 참여하지 않을 시에 1점 감점
1차시험	25%	전기자기학의 내용에 대한 이해를 평가하는 서술형 시험
2차시험	25%	전기자기학의 내용에 대한 이해를 평가하는 서술형 시험
기말고사	25%	전기자기학의 내용에 대한 이해를 평가하는 서술형 시험
과제물	5%	수업의 결과를 이해하고 주어진 문제를 해결할 능력이 어느 정도인지 평가



Ch. 1. 벡터해석(Vector Analysis)

*Hayt*의

전자기학

CH. 1 : Vector Analysis

- 목적 : 전자장 문제를 간단하게 취급 (전기장 및 자기장이 벡터량)

1.1 스칼라와 벡터

1.2 벡터대수

1.3 직각좌표계

1.4 벡터 성분 및 단위벡터

1.5 벡터장

1.6 내적

1.7 외적

1.8 원통좌표계

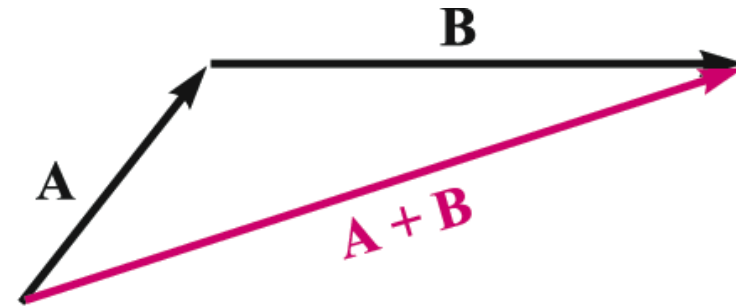
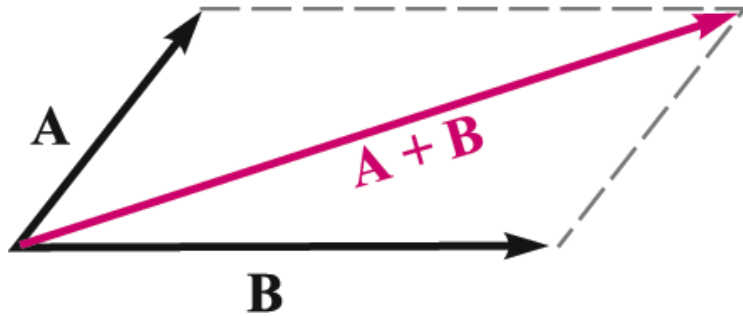
1.9 구좌표계

1.1 스칼라와 벡터

- 스칼라(scalar); 하나의 실수값(real value)
 - 무게, 속도, 온도, 부피, 저항, 전압, 전류
 - A, a
- 벡터(vector); 크기(+)와 방향
 - 중력, 힘, 속도, 가속도, 전기장, 자기장
 - $\mathbf{A}, \mathbf{a}$ $\bar{A}, \bar{a}$ $\vec{A}, \vec{a}$

1.2 벡터 대수

- 벡터 대수
 - 계산규칙, 약속
- 덧셈; $A + B$
 - (평행사변형법 또는 삼각형법)

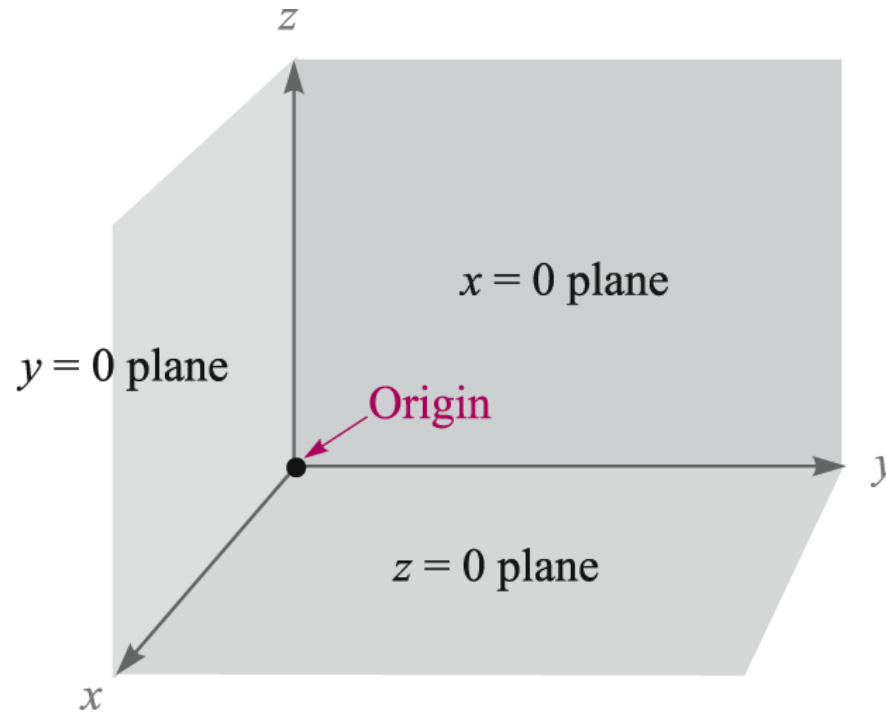


1.2 벡터 대수

- 뺄셈; $\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$
- 교환법칙(commutative law); $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
- 결합법칙(associative law); $\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$
- 배분법칙(distributive law); $r(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = r\mathbf{A} + r\mathbf{B}$

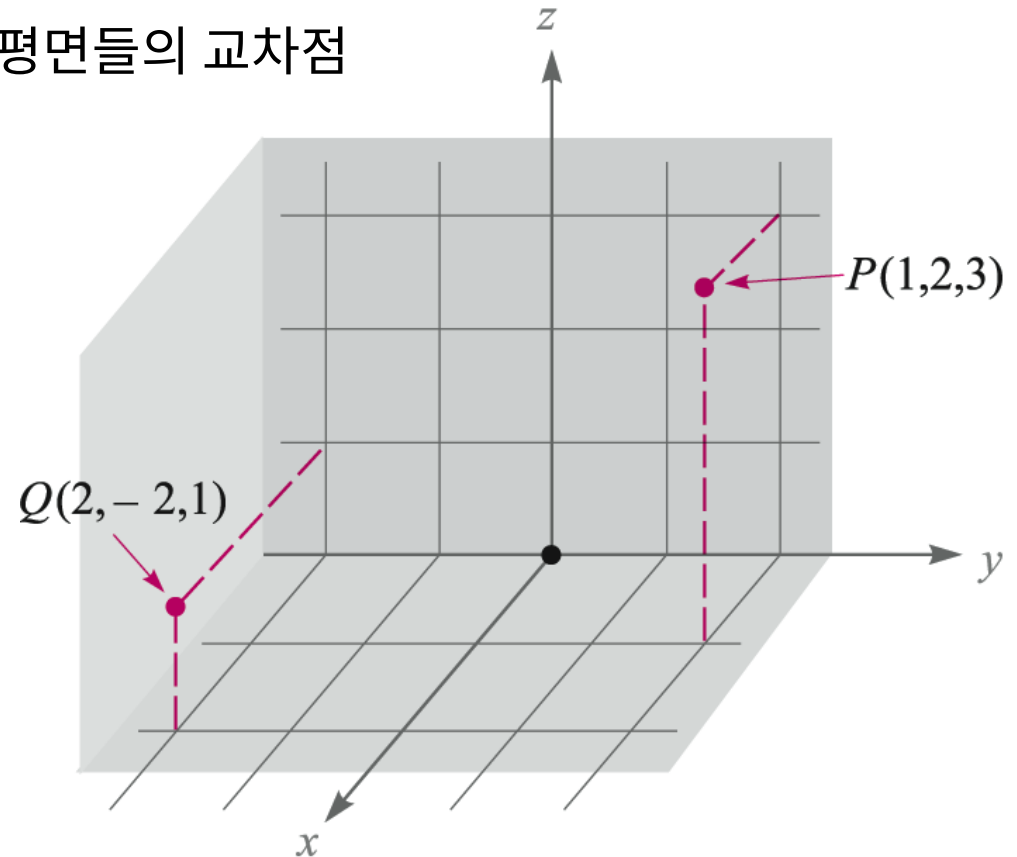
1.3 직각 좌표계

- 직각 좌표계 (cartesian or rectangular coordinate system)
 - 직각 좌표계; x, y, z 세 개의 좌표축이 서로 직각인 오른손 좌표계 (right-handed coordinate system)



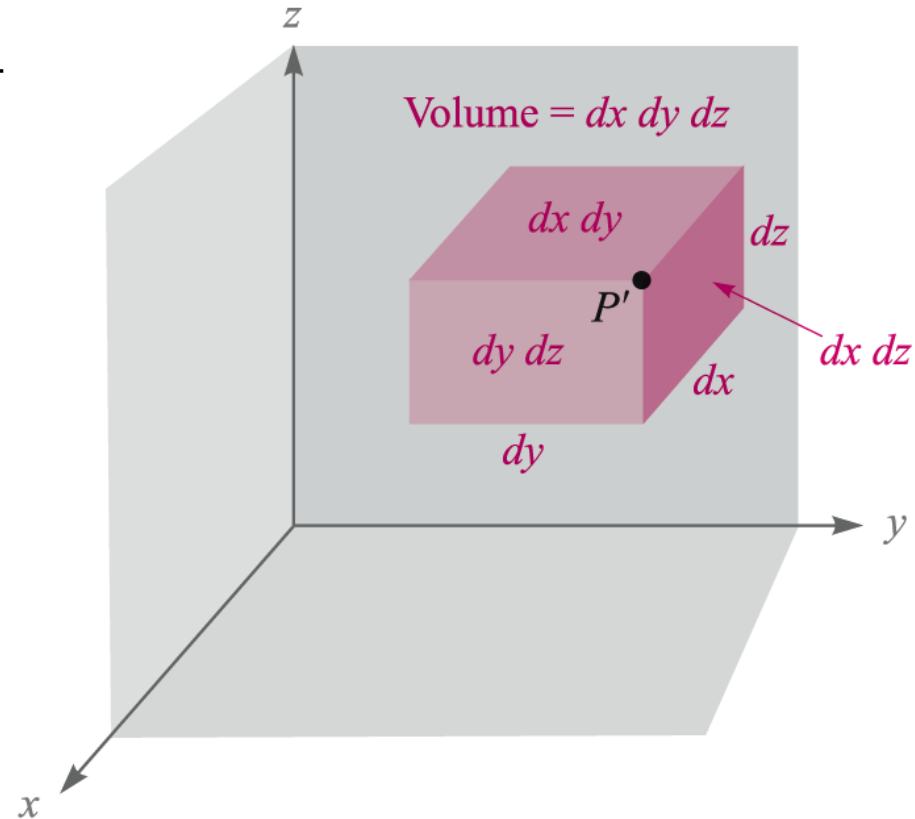
1.3 직각 좌표계

- 점의 표시; 한 점의 위치는 x , y 및 z 좌표 값으로 표시
 - $P(1,2,3)$, $Q(2,-2,1)$
 - 점의 의미; $P(1,2,3) \rightarrow x = 1, y = 2, z = 3$ 인 평면들의 교차점



1.3 직각 좌표계

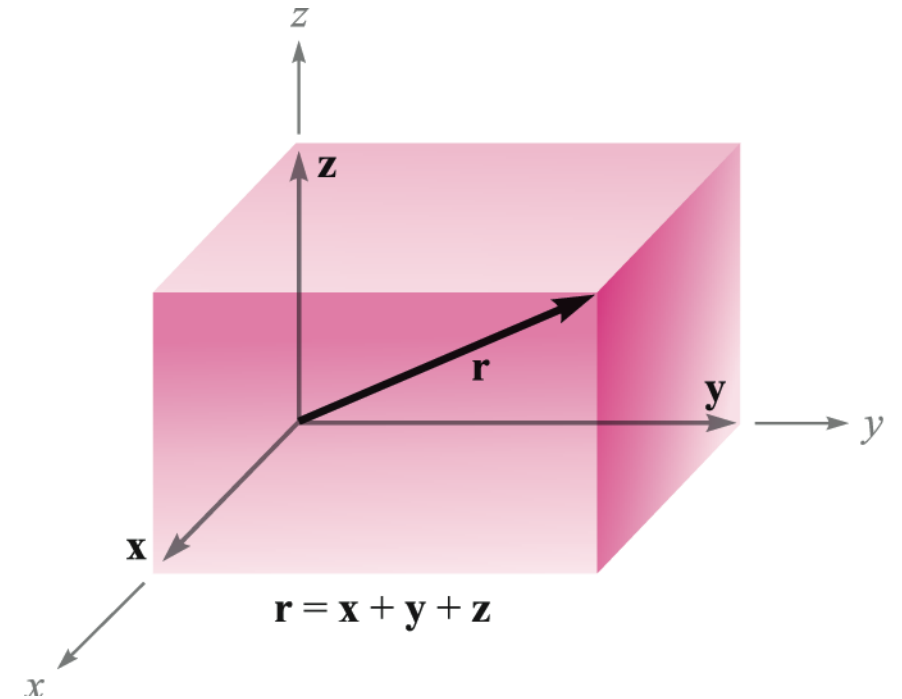
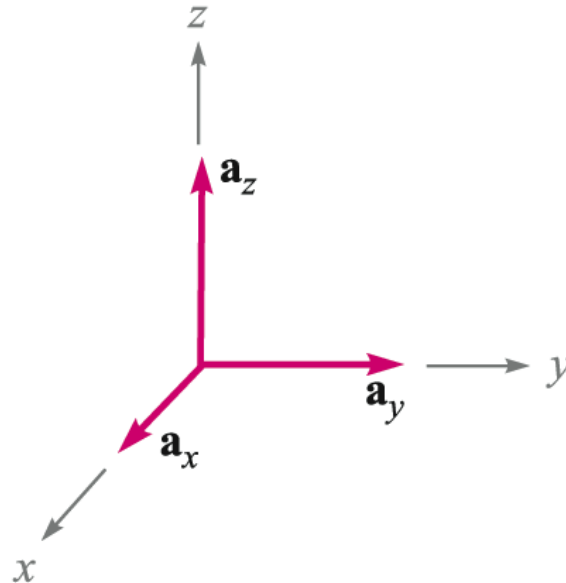
- 미소체적소의 정의;
 - 점 $P(x, y, z)$ 의 각 좌표값이 각각 미소량만큼 증가한 점이 $P'(x + dx, y + dy, z + dz)$ 일 때
 - 미소체적소; $dv = dxdydz$
 - 대각선; $\overline{PP'} = dL = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$
 - 면적소(dS); $dxdy, dydz, dzdx$



1.4 벡터성분 및 단위벡터

- 성분벡터(component vector); $\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}$
- 단위벡터(unit vector); 크기가 1인 벡터
- 기본 단위벡터; 축방향으로의 단위벡터

➤ $\mathbf{a}_x$ $\mathbf{a}_y$ $\mathbf{a}_z$
 $\mathbf{i}$ $\mathbf{j}$ $\mathbf{k}$
 $\mathbf{u}_x$ $\mathbf{u}_y$ $\mathbf{u}_z$



1.4 벡터성분 및 단위벡터

- 벡터의 성분표시법; $\mathbf{F} = F_x \mathbf{a}_x + F_y \mathbf{a}_y + F_z \mathbf{a}_z$
- 벡터의 크기; $|\mathbf{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$
- $\mathbf{F}$ 방향으로의 단위벡터; $\mathbf{a}_F = \mathbf{F}/|\mathbf{F}|$

1.4 벡터성분 및 단위벡터

- (예제 1.1) 원점 O에서 점 $G(2, -2, -1)$ 로 향하는 단위벡터 $\mathbf{a}_G$

➤ $\mathbf{G} = 2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z$

➤ $|\mathbf{G}| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$

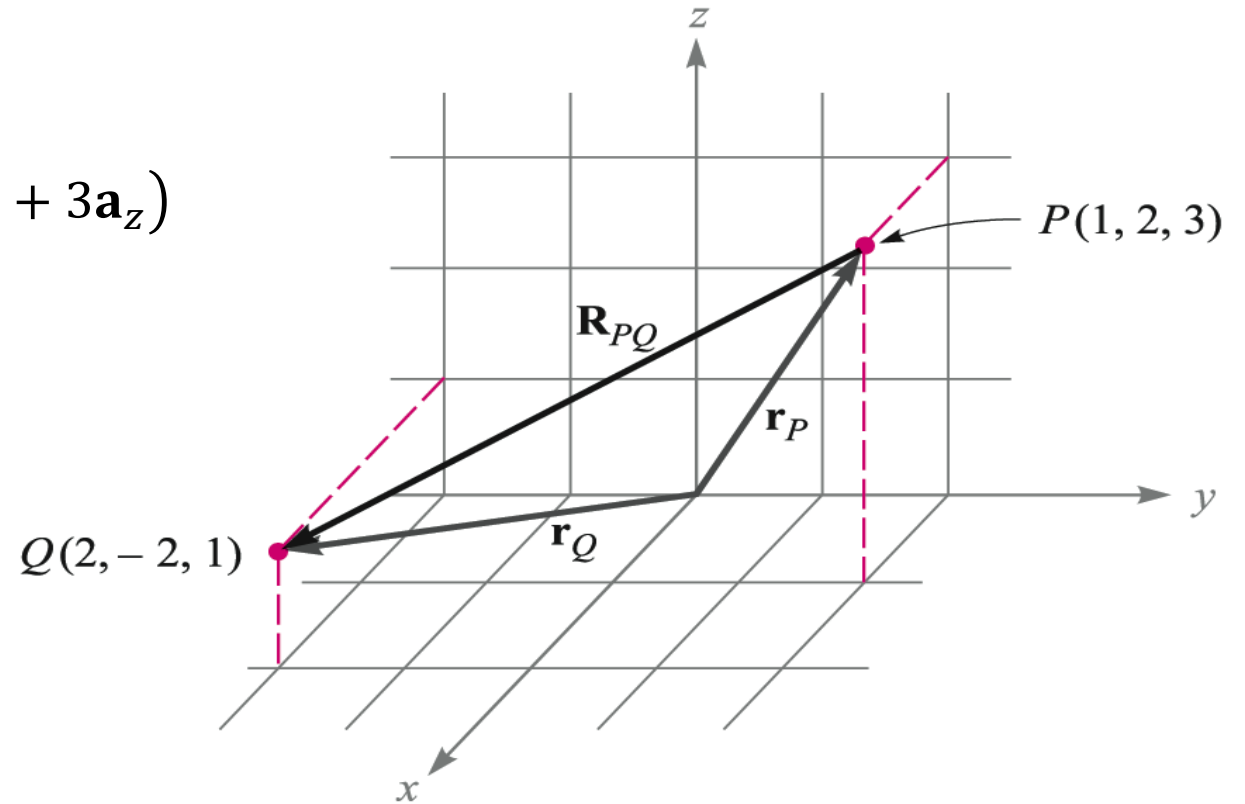
➤ $\therefore \mathbf{a}_G = \frac{\mathbf{G}}{|\mathbf{G}|} = \frac{2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z}{3} = \frac{2}{3}\mathbf{a}_x - \frac{2}{3}\mathbf{a}_y - \frac{1}{3}\mathbf{a}_z$

1.4 벡터성분 및 단위벡터

- (ex 1) 점 $P(1,2,3)$ 에서 점 $Q(2,-2,1)$ 까지의 벡터 $\mathbf{R}_{PQ}$

➤ $\triangle OPQ$ 로부터 $\mathbf{r}_P + \mathbf{R}_{PQ} = \mathbf{r}_Q$

➤ $\mathbf{R}_{PQ} = \mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_P$
 $= (2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z) - (\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z)$
 $= \mathbf{a}_x - 4\mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z$



1.4 벡터성분 및 단위벡터

- (ex 2) $\mathbf{r}_A = -\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z$, $\mathbf{r}_B = 2\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$, $C(1,3,4)$

(a) $\mathbf{R}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A =$

(b) $|\mathbf{r}_A| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + (-4)^2} =$

(c) $\mathbf{a}_A = \mathbf{r}_A/|\mathbf{r}_A| =$

1.4 벡터성분 및 단위벡터

$$(d) \quad \mathbf{a}_{AB} = \frac{\mathbf{R}_{AB}}{|\mathbf{R}_{AB}|} =$$

$$\mathbf{R}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A =$$

$$|\mathbf{R}_{AB}| = \sqrt{\mathbf{R}_x^2 + \mathbf{R}_y^2 + \mathbf{R}_z^2} =$$

$$(e) \quad \mathbf{a}_{CA} = \frac{\mathbf{R}_{CA}}{|\mathbf{R}_{CA}|} =$$

$$\mathbf{R}_{CA} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_C =$$

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$$

1.4 벡터성분 및 단위벡터

- (응용예제 1.1) $M(-1, 2, 1)$, $N(3, -3, 0)$, $P(-2, -3, -4)$
 - (a) $\mathbf{R}_{MN}$
 - (b) $\mathbf{R}_{MN} + \mathbf{R}_{MP}$
 - (c) $|\mathbf{r}_M|$
 - (d) $\mathbf{a}_{MP}$
 - (e) $|2\mathbf{r}_P - 3\mathbf{r}_N|$

1.5 벡터계

- (응용예제 1.2)

$$\mathbf{S} = \frac{125}{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2} [(x-1)\mathbf{a}_x + (y-2)\mathbf{a}_y + (z+1)\mathbf{a}_z]$$

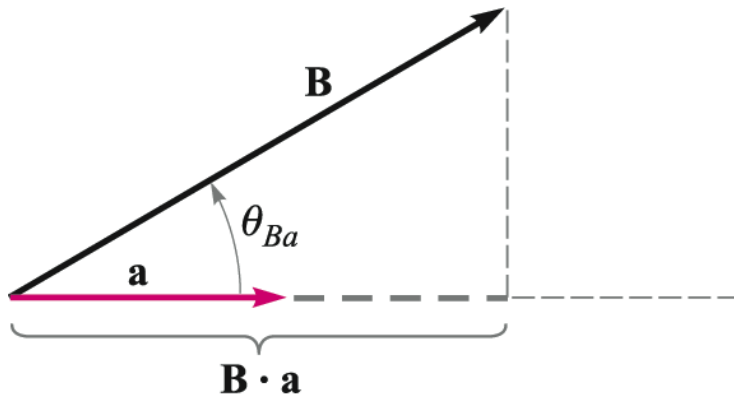
- (a) $\mathbf{S} = ?$ at $P(2,4,3)$ (b) $\mathbf{a}_S = ?$ at $P(2,4,3)$ (c) $|\mathbf{S}| = 10$ 이 되는 조건

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

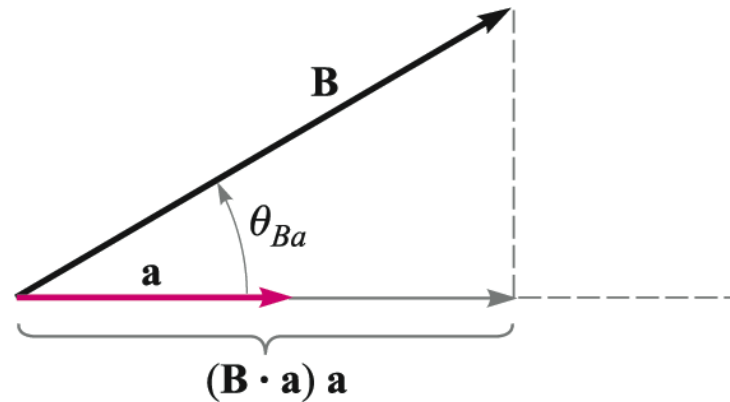
- 정의; $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cos \theta_{AB}$
- 교환법칙; $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
- 계산방법
 - $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \cdot (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z)$
 $= A_x \mathbf{a}_x \cdot (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) + A_y \mathbf{a}_y \cdot (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) + A_z \mathbf{a}_z \cdot (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z)$
 $= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$
 - $\because \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = |\mathbf{a}_x||\mathbf{a}_x| \cos 0^\circ = 1 \times 1 \times 1 = 1$
 - $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = |\mathbf{a}_x||\mathbf{a}_y| \cos 90^\circ = 1 \times 1 \times 0 = 0$
- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = |\mathbf{A}||\mathbf{A}| \cos 0^\circ = |\mathbf{A}|^2 \text{ or } A^2$

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- 투영(projection);
 - (a) $\mathbf{B}$ 의 $\mathbf{a}$ 방향의 성분; $\mathbf{B} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{B}||\mathbf{a}| \cos \theta_{Ba} = |\mathbf{B}| \cos \theta_{Ba}$
 - (b) $\mathbf{B}$ 의 $\mathbf{a}$ 방향의 성분벡터; $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{a})\mathbf{a}$



$\mathbf{B} \cdot \mathbf{a}$ gives the component of $\mathbf{B}$ in the horizontal direction



$(\mathbf{B} \cdot \mathbf{a})\mathbf{a}$ gives the *vector* component of $\mathbf{B}$ in the horizontal direction

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- (예제 1.2) $\mathbf{G} = y\mathbf{a}_x - 2.5x\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$ at $Q(4,5,2)$, $\mathbf{a}_N = \frac{1}{3}(2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z)$

(a) Q 에서 $\mathbf{G}$

(b) Q 에서 $\mathbf{a}_N$ 방향으로 $\mathbf{G}$ 의 스칼라 성분

(c) Q 에서 $\mathbf{a}_N$ 방향으로 $\mathbf{G}$ 의 벡터 성분

(d) Q 에서 $\mathbf{G}$ 와 $\mathbf{a}_N$ 사이의 각

➤ (a)

$$\mathbf{G}_{Q(4,5,2)} = (y\mathbf{a}_x - 2.5x\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z)_{Q(4,5,2)} = 5\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$$

➤ (b) Q 에서 $\mathbf{G}$ 의 $\mathbf{a}_N$ 방향으로의 성분;

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N = (5\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \cdot \frac{2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z}{3} = (10 - 10 - 6)/3 = -2$$

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

(c) Q 에서 $\mathbf{G}$ 의 $\mathbf{a}_N$ 방향으로의 성분벡터;

$$(\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N)\mathbf{a}_N = -2\mathbf{a}_N = -\frac{2}{3}(2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z)$$

(d) 정의로부터 $\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N = |\mathbf{G}||\mathbf{a}_N| \cos \theta_{Ga}$

$$\cos \theta_{Ga} = \frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N}{|\mathbf{G}||\mathbf{a}_N|} = \frac{-2}{\sqrt{5^2 + (-10)^2 + 3^2}} = \frac{-2}{\sqrt{134}}$$

$$\therefore \theta_{Ga} = \cos^{-1} \frac{-2}{\sqrt{134}} = 99.9^\circ$$

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- (ex 4) $A(2,5,-1), B(3,-2,4), C(-2,3,1)$

(a) $\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{R}_{AC}$

$$\begin{aligned}\text{➤ } \mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{R}_{AC} &= (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) \cdot (\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A) \\ &= (\mathbf{a}_x - 7\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z) \cdot (-4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z) \\ &= -4 + 14 + 10 \\ &= 20\end{aligned}$$

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- (ex 4) $A(2,5,-1), B(3,-2,4), C(-2,3,1)$

(b) $\mathbf{R}_{AB}$ 와 $\mathbf{R}_{AC}$ 사이의 각(θ_{BAC})

➤ $\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{R}_{AC} = |\mathbf{R}_{AB}| |\mathbf{R}_{AC}| \cos \theta_{BAC}$

$$\begin{aligned}\cos \theta_{BAC} &= \frac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{|\mathbf{R}_{AB}| |\mathbf{R}_{AC}|} \\ &= \frac{20}{\sqrt{1+49+25} \sqrt{16+4+4}} \\ &= \frac{20}{\sqrt{75} \sqrt{24}} = \frac{2}{\sqrt{18}} = \frac{2}{3\sqrt{2}}\end{aligned}$$

➤ $\therefore \theta_{BAC} = \cos^{-1} \frac{2}{3\sqrt{2}} = 61.9^\circ$

1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- (ex 4) $A(2,5,-1), B(3,-2,4), C(-2,3,1)$

(c) $\mathbf{R}_{AB}$ 의 $\mathbf{R}_{AC}$ 에 대한 투영의 크기

$$\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{a}_{AC} = |\mathbf{R}_{AB}| \cos \theta_{BAC} = 5\sqrt{3} \cos 61.9^\circ = 4.08$$

(d) $\mathbf{R}_{AB}$ 의 $\mathbf{R}_{AC}$ 에 대한 벡터 투영

$$(\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{a}_{AC})\mathbf{a}_{AC} = 4.08 \times \frac{-4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z}{\sqrt{24}} = -3.33\mathbf{a}_x - 1.667\mathbf{a}_y + 1.667\mathbf{a}_z$$

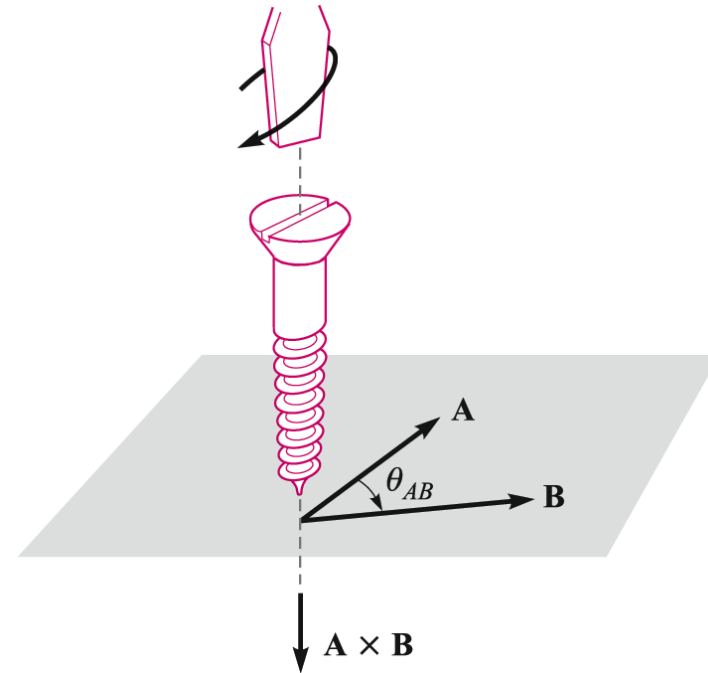
1.6 내적(스칼라곱, scalar product or dot product)

- (응용예제 1.3) $A(6, -1, 2)$, $B(-2, 3, -4)$, $C(-3, 1, 5)$
 - (a) $\mathbf{R}_{AB}$
 - (b) $\mathbf{R}_{AC}$
 - (c) θ_{BAC}
 - (d) $\mathbf{R}_{AB}$ 를 $\mathbf{R}_{AC}$ 에 (벡터)투영

1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

- 정의; $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (|\mathbf{A}||\mathbf{B}| \sin \theta_{AB}) \mathbf{a}_N$
- 교환법칙; $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -(\mathbf{B} \times \mathbf{A}) \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{a}_N |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta_{AB}$$



1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

- 계산방법;

$$\begin{aligned}\text{➤ } \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \times (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) \\&= A_x B_x (\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_x) + A_x B_y (\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y) + A_x B_z (\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z) \\&\quad + A_y B_x (\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_x) + A_y B_y (\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y) + A_y B_z (\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z) \\&\quad + A_z B_x (\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x) + A_z B_y (\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y) + A_z B_z (\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_z) \\&= 0 + A_x B_y \mathbf{a}_z + A_x B_z (-\mathbf{a}_y) + A_y B_x (-\mathbf{a}_z) + 0 + A_y B_z \mathbf{a}_x + A_z B_x \mathbf{a}_y + A_z B_y (-\mathbf{a}_x) + 0 \\&= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{a}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{a}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{a}_z \\&= \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}\end{aligned}$$

$$\text{➤ } \therefore |\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_x| = |\mathbf{a}_x| |\mathbf{a}_x| \sin 0^\circ = 1 \times 1 \times 0 = 0$$

1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

- 평행사변형의 면적; $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \sin \theta_{AB}$

- (ex 5) $\mathbf{A} = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$, $\mathbf{B} = -4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$

$$\text{➤ } \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= [(-3)(5) - (-2)(1)]\mathbf{a}_x + [(1)(-4) - (2)(5)]\mathbf{a}_y + [(2)(-2) - (-3)(-4)]\mathbf{a}_z$$

$$= -13\mathbf{a}_x - 14\mathbf{a}_y - 16\mathbf{a}_z$$

1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

- (ex 6) $A(2, -5, 1), B(-3, 2, 4), C(0, 3, 1)$

$$\begin{aligned} \text{(a) } \mathbf{R}_{BC} \times \mathbf{R}_{BA} &= (\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_B) \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \\ &= (3\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 3\mathbf{a}_z) \times (5\mathbf{a}_x - 7\mathbf{a}_y - 3\mathbf{a}_z) \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 3 & 1 & -3 \\ 5 & -7 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -24\mathbf{a}_x - 6\mathbf{a}_y - 26\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

(b) Area(ΔABC)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} |\mathbf{R}_{BC} \times \mathbf{R}_{BA}| \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(-24)^2 + (-6)^2 + (-26)^2} \\ &= 17.94 \end{aligned}$$

(c) ΔABC 에 수직인 단위벡터

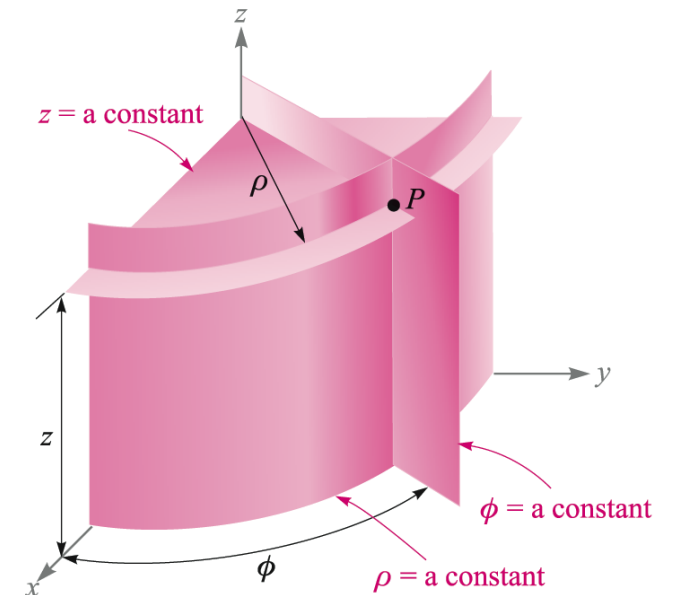
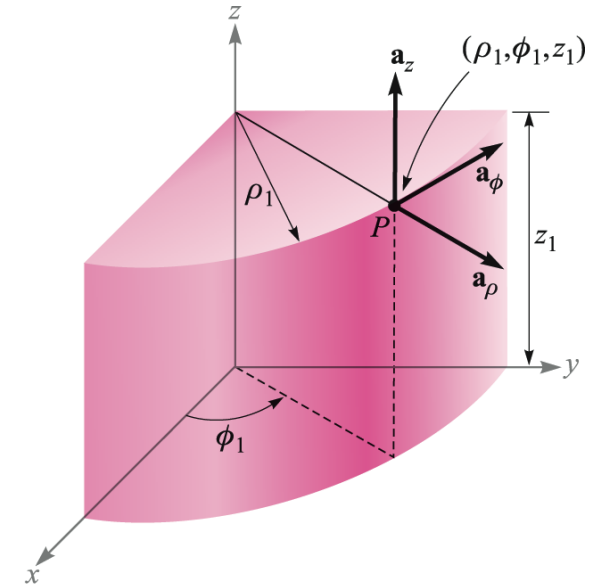
$$\begin{aligned} \mathbf{a}_N &= \pm \frac{\mathbf{R}_{BC} \times \mathbf{R}_{BA}}{|\mathbf{R}_{BC} \times \mathbf{R}_{BA}|} \\ &= \pm \frac{-24\mathbf{a}_x - 6\mathbf{a}_y - 26\mathbf{a}_z}{\sqrt{(-24)^2 + (-6)^2 + (-26)^2}} \\ &= \pm(0.669\mathbf{a}_x + 0.1672\mathbf{a}_y + 0.724\mathbf{a}_z) \end{aligned}$$

1.7 외적(벡터곱, vector product or cross product)

- (응용예제 1.4) $A(6, -1, 2), B(-2, 3, -4), C(-3, 1, 5)$
 - (a) $\mathbf{R}_{AB} \times \mathbf{R}_{AC}$
 - (b) ΔABC 의 면적
 - (c) ΔABC 에 수직인 단위벡터

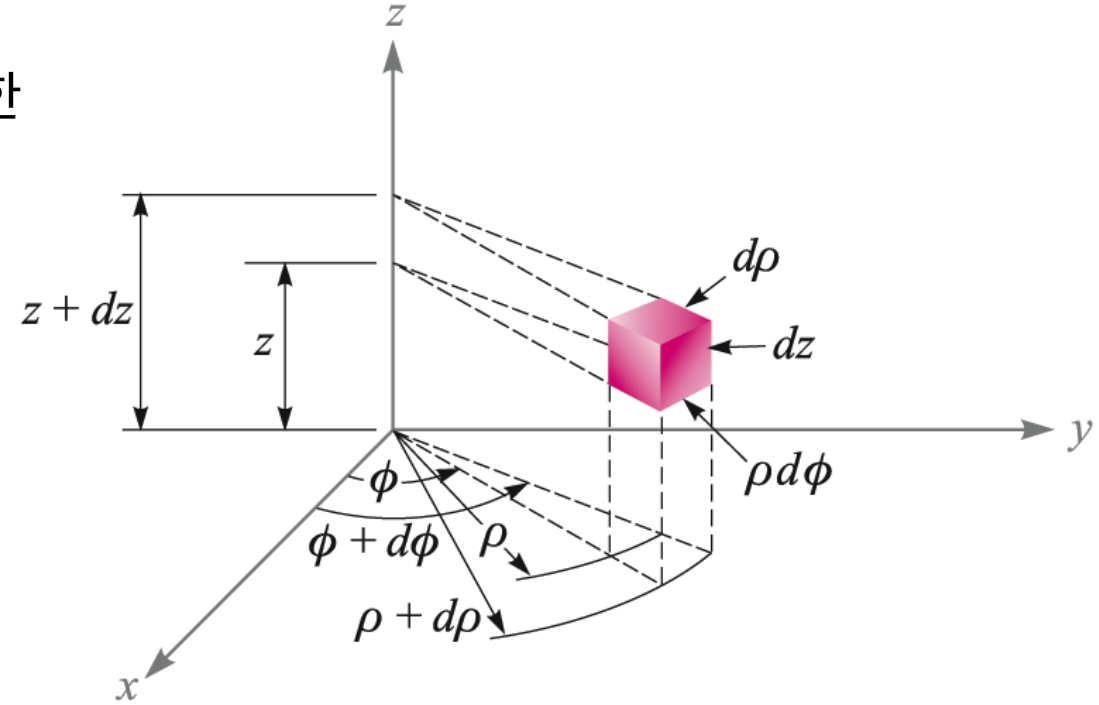
1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- 점의 표시; $P(\rho_1, \phi_1, z_1)$
- $P(\rho_1, \phi_1, z_1)$ 의 의미; $\rho = \rho_1, \phi = \phi_1, z = z_1$ 인 평면들의 교차점
- 기본 단위벡터; $\mathbf{a}_\rho, \mathbf{a}_\phi, \mathbf{a}_z \leftarrow$ 위치에 대한 함수
- z 축만 존재하는 오른손 좌표계; $\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_z$



1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- 미소체적소의 정의
 - 점 $P(\rho, \phi, z)$ 의 각 좌표값이 각각 미소량만큼 증가한 점이 $P'(\rho + d\rho, \phi + d\phi, z + dz)$ 일 때
 - 미소체적소; $dv = d\rho \cdot \rho d\phi \cdot dz = \rho d\rho d\phi dz$
 - 면적소(dS); $\rho d\rho d\phi, \rho d\phi dz, dzd\rho$



1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- 원통좌표계 → 직교좌표계의 변환

- $x = \rho \cos \phi$

- $y = \rho \sin \phi$

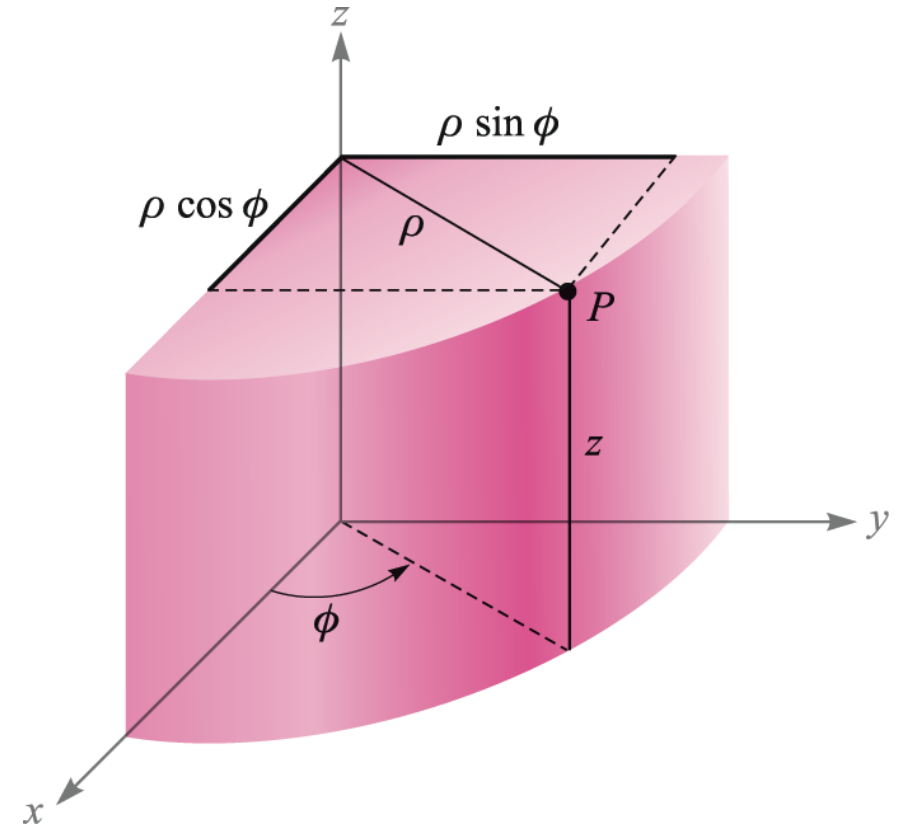
- $z = z$

- 직교좌표계 → 원통좌표계의 변환

- $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} (\rho \geq 0)$

- $\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

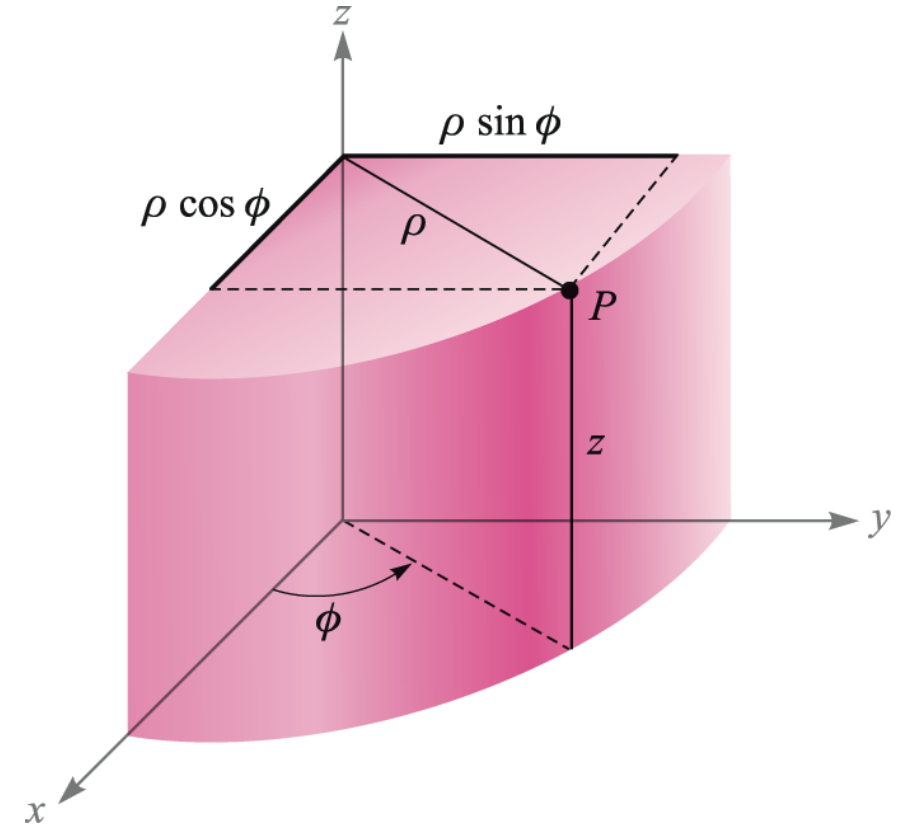
- $z = z$



1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- 직교, 원통좌표계 기본 단위벡터의 스칼라곱

➤		$\mathbf{a}_\rho$	$\mathbf{a}_\phi$	$\mathbf{a}_z$
➤	$\mathbf{a}_x \cdot$	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0
➤	$\mathbf{a}_y \cdot$	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0
➤	$\mathbf{a}_z \cdot$	0	0	1



1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (ex 7) 벡터 $\mathbf{A} = A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z$ 를 원통좌표계로 변환하여라.

➤ $\mathbf{A} = A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z$

➤ $A_\rho = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\rho = (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\rho$
 $= A_x \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\rho + A_y \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\rho + A_z \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\rho = A_x \cos \phi + A_y \sin \phi$

➤ $A_\phi = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\phi = (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\phi$
 $= A_x \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi + A_y \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\phi = -A_x \sin \phi + A_y \cos \phi$

➤ $A_z = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_z = (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z = A_x \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_z + A_y \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z + A_z \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = A_z$

➤ $\therefore \mathbf{A} = (A_x \cos \phi + A_y \sin \phi) \mathbf{a}_\rho + (-A_x \sin \phi + A_y \cos \phi) \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (ex 8) $A(x = 2, y = 3, z = -1), B(\rho = 4, \phi = -50^\circ, z = 2)$

(a) 벡터 $\mathbf{r}_A$ 의 크기 (b) 벡터 $\mathbf{r}_B$ 의 크기 (c) 벡터 $\mathbf{R}_{AB}$ 의 크기

➤ (a) $|\mathbf{r}_A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14} = 3.74$

➤ (b) $B(x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi, z = z)$
 $= B(4 \cos(-50^\circ), 4 \sin(-50^\circ), 2)$
 $= B(2.57, -3.064, 2)$

$\therefore |\mathbf{r}_B| = \sqrt{2.57^2 + (-3.064)^2 + 2^2} = 4.47$

➤ (c) $|\mathbf{R}_{AB}| = |\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A| = |0.57\mathbf{a}_x - 6.064\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z|$
 $= \sqrt{0.57^2 + (-6.064)^2 + 3^2} = 6.79$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (ex 9) 직각좌표계 → 원통좌표계

(a) $\mathbf{A} = 5\mathbf{a}_x$ at $P(\rho = 4, \phi = 120^\circ, z = 2)$

$$\begin{aligned} \text{➤ } A_\rho &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\rho = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\rho = 5 \cos \phi = 5 \cos 120^\circ \\ &= 5 \cos(90^\circ + 30^\circ) = 5 \times (-\sin 30^\circ) = -2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } A_\phi &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\phi = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi = -5 \sin \phi = -5 \sin 120^\circ \\ &= -5 \sin(90^\circ + 30^\circ) = -5 \cos 30^\circ = -\frac{5\sqrt{3}}{2} = -4.33 \end{aligned}$$

$$\text{➤ } \therefore \mathbf{A} = A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z = -2.5\mathbf{a}_\rho - 4.33\mathbf{a}_\phi$$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

(b) $\mathbf{B} = 5\mathbf{a}_x$ at $Q(x = 3, y = 4, z = -1)$

➤ $Q(x = 3, y = 4, z = -1) = Q\left(\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}, z\right)$

$$= Q(\sqrt{3^2 + 4^2}, \tan^{-1} \frac{4}{3}, -1) = Q(5, 53.1^\circ, -1)$$

➤ $B_\rho = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\rho = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\rho = 5 \cos \phi = 5 \cos 53.1^\circ$
 $= 5 \times 0.6 = 3$

➤ $B_\phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\phi = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi = -5 \sin \phi = -5 \sin 53.1^\circ$
 $= -5 \times 0.8 = -4$

➤ $\therefore \mathbf{B} = B_\rho \mathbf{a}_\rho + B_\phi \mathbf{a}_\phi + B_z \mathbf{a}_z$
 $= 3\mathbf{a}_\rho - 4\mathbf{a}_\phi$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

(c) $\mathbf{C} = 4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z$ at $A(x = 2, y = 3, z = 5)$

➤ $A(x = 2, y = 3, z = 5) = A\left(\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}, z\right)$

$$= A(\sqrt{2^2 + 3^2}, \tan^{-1} \frac{3}{2}, 5) = A(\sqrt{13}, 56.31^\circ, 5)$$

➤ $C_\rho = \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_\rho = (4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\rho$

$$= 4\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\rho - 2\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\rho - 4\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\rho = 4 \cos 56.31^\circ - 2 \sin 56.31^\circ = 0.555$$

➤ $C_\phi = \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_\phi = (4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\phi$

$$= 4\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi - 2\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\phi - 4\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\phi = -4 \sin 56.31^\circ - 2 \cos 56.31^\circ = -4.44$$

➤ $\therefore \mathbf{C} = C_\rho \mathbf{a}_\rho + C_\phi \mathbf{a}_\phi + C_z \mathbf{a}_z = 0.555\mathbf{a}_\rho - 4.44\mathbf{a}_\phi - 4\mathbf{a}_z$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (예제 1.3) $\mathbf{B} = y\mathbf{a}_x - x\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z \rightarrow$ 원통좌표계

$$\triangleright B_\rho = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\rho = (B_x\mathbf{a}_x + B_y\mathbf{a}_y + B_z\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\rho$$

$$= y\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\rho - x\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\rho + z\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\rho$$

$$= y \cos \phi - x \sin \phi$$

$$= \rho \sin \phi \cos \phi - \rho \cos \phi \sin \phi = 0$$

$$\triangleright B_\phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\phi = (B_x\mathbf{a}_x + B_y\mathbf{a}_y + B_z\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\phi$$

$$= y\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi - x\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_\phi + z\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\phi$$

$$= -y \sin \phi - x \cos \phi$$

$$= -\rho \sin^2 \phi - \rho \cos^2 \phi = -\rho$$

$$\triangleright \therefore \mathbf{B} = -\rho\mathbf{a}_\phi + z\mathbf{a}_z$$

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (응용예제 1.5)

- (a) 점 $C(\rho = 4.4, \phi = -115^\circ, z = 2) \rightarrow$ 직각좌표계

- ❖ $C(x = -1.860, y = -3.99, z = 2)$

- (b) $D(x = -3.1, y = 2.6, z = -3)$ 를 원통좌표계로 변환

- ❖ $D(\rho = 4.05, \phi = 140.0^\circ, z = -3)$

- (c) 점 C 에서 점 D 에 이르는 거리

- ❖ 8.36

1.8 원통좌표계(cylindrical coordinate system)

- (응용예제 1.6)

- (a) 점 $P(10, -8, 6)$ 에서 $\mathbf{F} = 10\mathbf{a}_x - 8\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z \rightarrow$ 원통좌표계

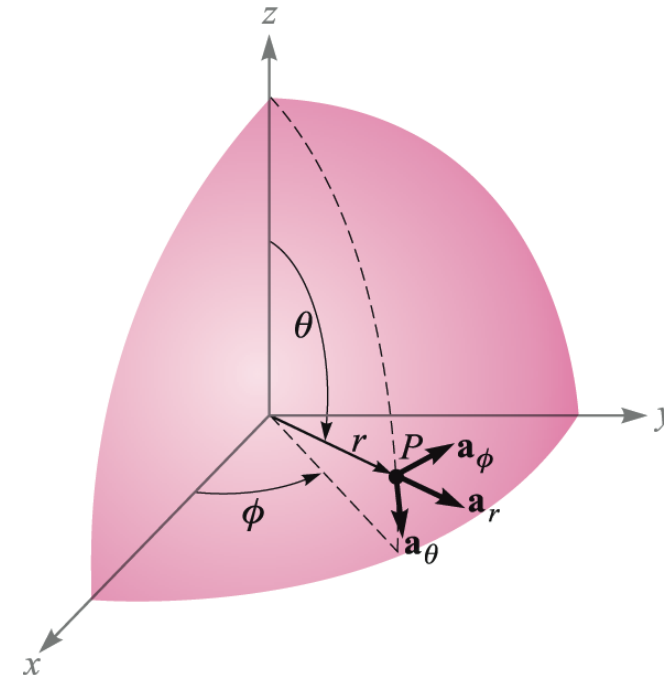
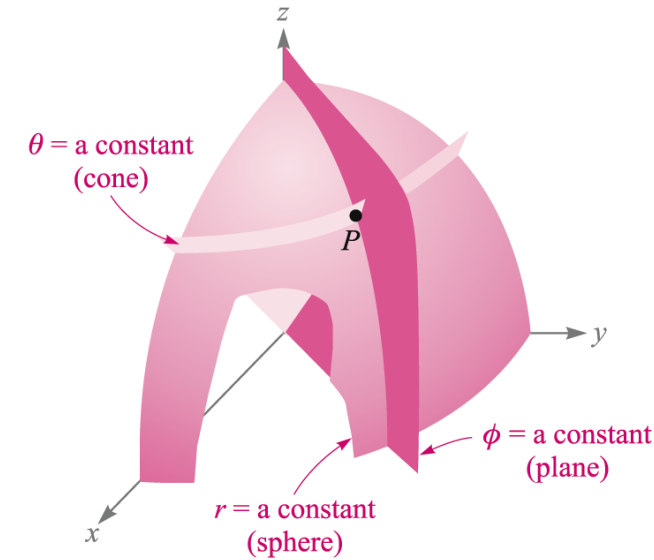
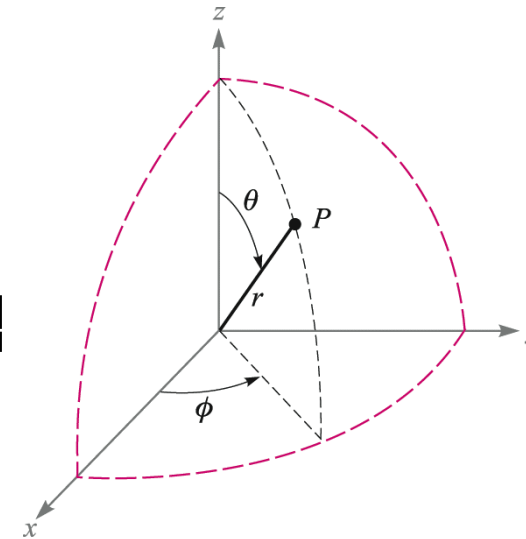
- ❖ $\mathbf{F} = 12.81\mathbf{a}_\rho + 6\mathbf{a}_z$

- (b) 점 $Q(\rho, \phi, z)$ 에서 $\mathbf{G} = (2x + y)10\mathbf{a}_x - (y - 4x)\mathbf{a}_y \rightarrow$ 원통좌표계

- (c) $P(5, 2, -1)$ 에서 $\mathbf{G} = 20\mathbf{a}_\rho - 10\mathbf{a}_\phi + 3\mathbf{a}_z \rightarrow$ 직각좌표계

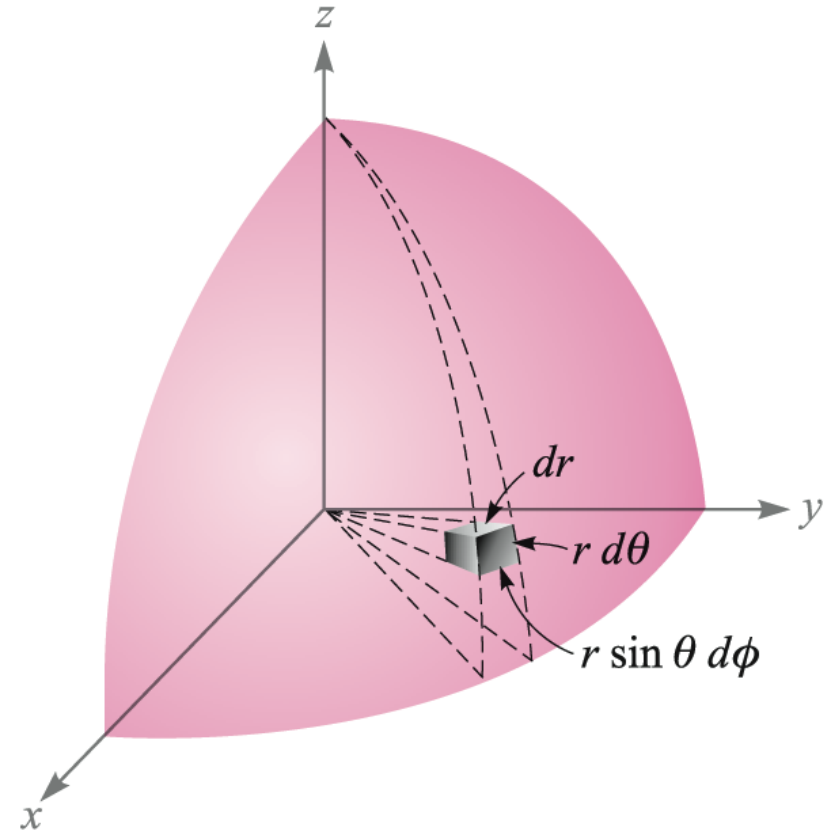
1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- 점의 표시; $P(r_1, \theta_1, \phi_1)$
- $P(r_1, \theta_1, \phi_1)$ 의 의미;
 $r = r_1, \theta = \theta_1, \phi = \phi_1$ 인 평면들의 교차점
- 기본단위벡터; $\mathbf{a}_r, \mathbf{a}_\theta, \mathbf{a}_\phi \leftarrow$ 위치에 대한 함수
- 오른손 좌표계; $\mathbf{a}_r \times \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\phi$



1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- 미소체적소의 정의;
 - 점 $P(r, \theta, \phi)$ 의 각 좌표값이 각각 미소량만큼 증가한 점이 $P'(r + dr, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$ 일 때
 - 미소체적소;
$$dv = dr \cdot r \sin \theta d\phi \cdot r d\theta = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$
 - 면적소(dS);
 $r \sin \theta dr d\theta, r^2 \sin \theta d\theta d\phi, r \sin \theta dr d\phi$



1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- 직교좌표계 → 구좌표계의 변환

- $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (r \geq 0)$

- $\theta = \cos^{-1} \frac{z}{r} = \cos^{-1} \frac{r}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$

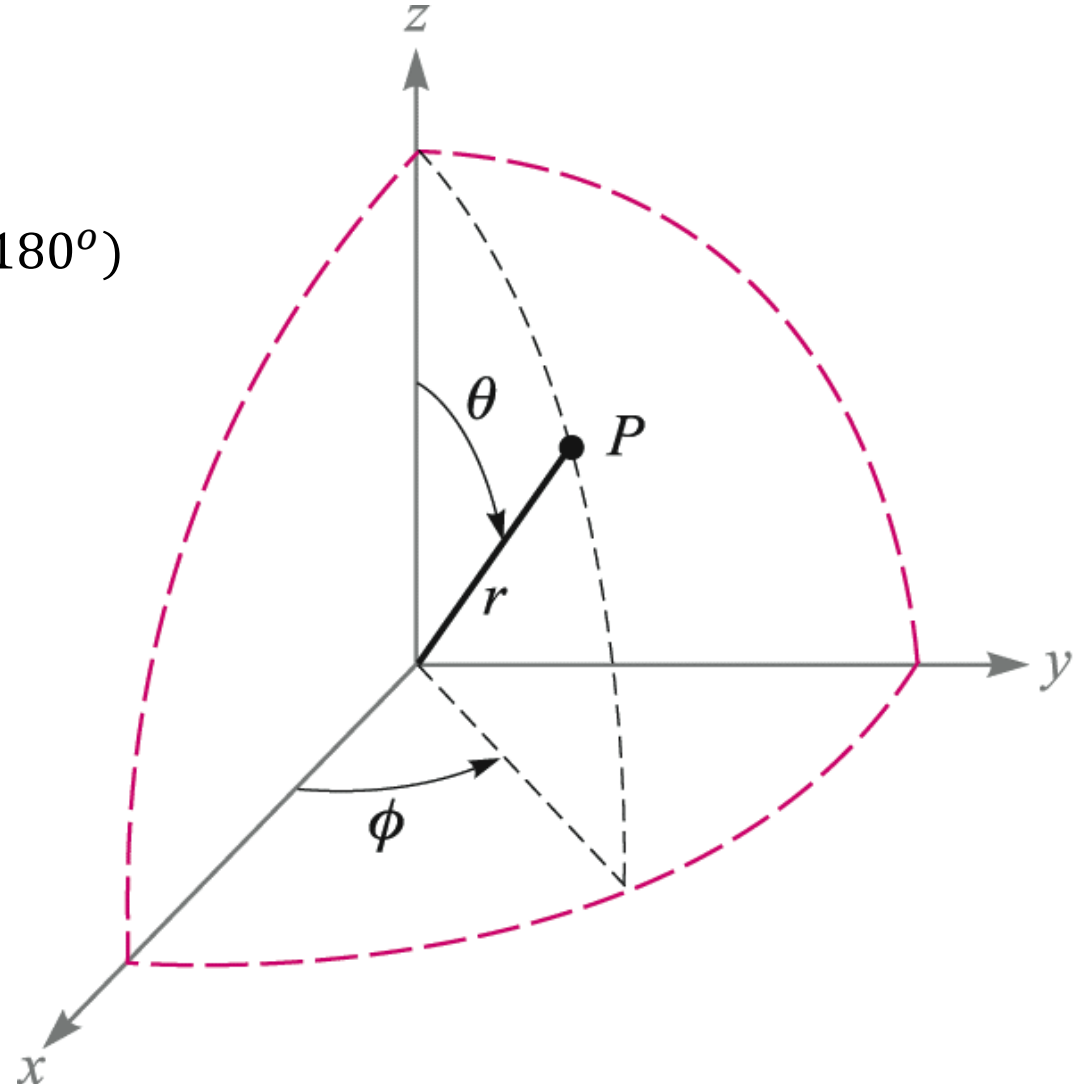
- $\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

- 구좌표계 → 직교좌표계의 변환

- $x = r \sin \theta \cos \phi$

- $y = r \sin \theta \sin \phi$

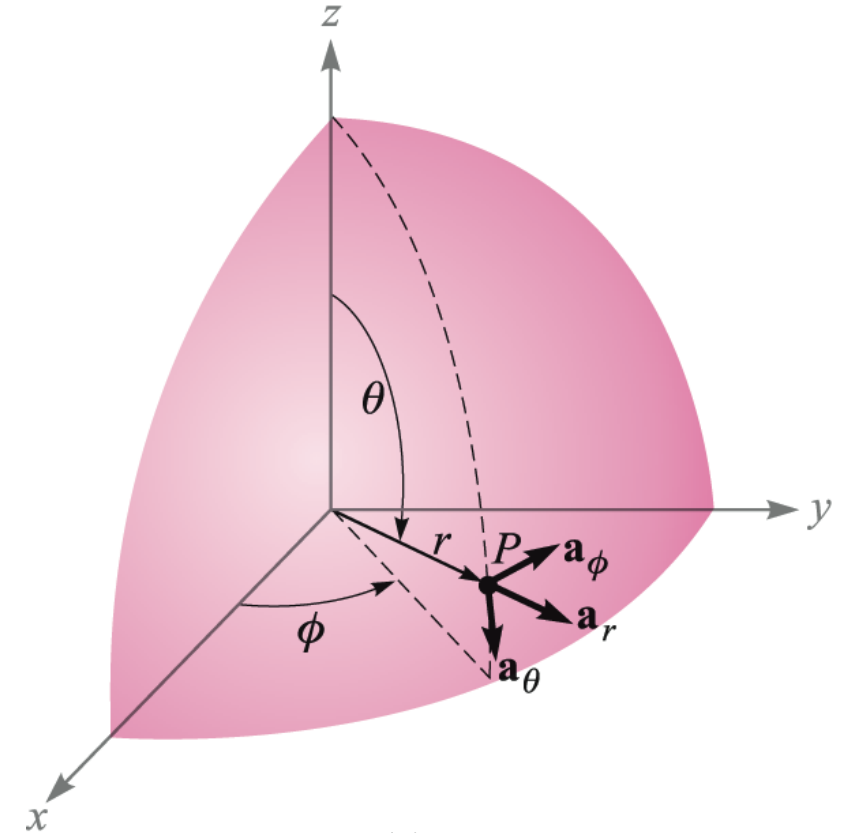
- $z = r \cos \theta$



1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- 직교, 구좌표계 기본단위벡터의 스칼라곱

➤		$\mathbf{a}_r$	$\mathbf{a}_\theta$	$\mathbf{a}_\phi$
➤	$\mathbf{a}_x \cdot$	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
➤	$\mathbf{a}_y \cdot$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
➤	$\mathbf{a}_z \cdot$	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0



1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- (ex 10) $A(x = 2, y = 3, z = -1), B(r = 4, \theta = 25^\circ, \phi = 120^\circ)$

(a) 점 $A \rightarrow$ 구좌표계

(b) 점 $B \rightarrow$ 직각좌표계

(c) 점 A 와 점 B 사이의 거리

➤ (a) $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{14} = 3.74$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \cos^{-1} \frac{-1}{\sqrt{14}} = 105.5^\circ$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{3}{2} = 56.3^\circ$$

$$\therefore A(r = 3.74, \theta = 105.5^\circ, \phi = 56.3^\circ)$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- (ex 10) $A(x = 2, y = 3, z = -1), B(r = 4, \theta = 25^\circ, \phi = 120^\circ)$

➤ (b) $x = r \sin \theta \cos \phi = 4 \sin 25^\circ \cos 120^\circ = -0.845$

$$y = r \sin \theta \sin \phi = 4 \sin 25^\circ \sin 120^\circ = 1.464$$

$$z = r \cos \theta = 4 \cos 25^\circ = 3.63$$

$$\therefore B(x = -0.845, y = 1.464, z = 3.63)$$

➤ (c) $|\mathbf{R}_{AB}| = |\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A| = |-2.845\mathbf{a}_x - 1.536\mathbf{a}_y + 4.63\mathbf{a}_z|$

$$= \sqrt{(-2.845)^2 + (-1.536)^2 + 4.63^2} = 5.64$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- (ex 11) 직각좌표계 → 구좌표계

(a) $\mathbf{A} = 5\mathbf{a}_x$ at $B(r = 4, \theta = 25^\circ, \phi = 120^\circ)$

$$\begin{aligned} \text{➤ } A_r &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_r = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_r = 5 \sin \theta \cos \phi \\ &= 5 \sin 25^\circ \cos 120^\circ \\ &= -1.057 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } A_\theta &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\theta = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\theta = 5 \cos \theta \cos \phi \\ &= 5 \cos 25^\circ \cos 120^\circ \\ &= -2.27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } A_\phi &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_\phi = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi = 5(-\sin \phi) \\ &= -5 \sin 120^\circ \\ &= -4.33 \end{aligned}$$

$$\text{➤ } \therefore \mathbf{A} = A_r \mathbf{a}_r + A_\theta \mathbf{a}_\theta + A_\phi \mathbf{a}_\phi = -1.057 \mathbf{a}_r - 2.27 \mathbf{a}_\theta - 4.33 \mathbf{a}_\phi$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

(b) $\mathbf{B} = 5\mathbf{a}_x$ at $A(x = 2, y = 3, z = -1)$

➤ $A(x = 2, y = 3, z = -1)$

$$\rightarrow A\left(r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \theta = \cos^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}\right)$$

$$\rightarrow A\left(r = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}, \theta = \cos^{-1} \frac{-1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}}, \phi = \tan^{-1} \frac{3}{2}\right)$$

$$\rightarrow A\left(r = \sqrt{14}, \theta = \cos^{-1} \frac{-1}{\sqrt{14}}, \phi = \tan^{-1} \frac{3}{2}\right)$$

$$\rightarrow B_r = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_r = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_r = 5 \sin \theta \cos \phi = 5 \sin\left(\cos^{-1} \frac{-1}{\sqrt{14}}\right) \cos\left(\tan^{-1} \frac{3}{2}\right) = 2.67$$

$$\rightarrow B_\theta = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\theta = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\theta = 5 \cos \theta \cos \phi = 5 \cos\left(\cos^{-1} \frac{-1}{\sqrt{14}}\right) \cos\left(\tan^{-1} \frac{3}{2}\right) = -0.741$$

$$\rightarrow B_\phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_\phi = 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi = 5(-\sin \phi) = -5 \sin\left(\tan^{-1} \frac{3}{2}\right) = -4.16$$

$$\rightarrow \therefore \mathbf{B} = B_r \mathbf{a}_r + B_\theta \mathbf{a}_\theta + B_\phi \mathbf{a}_\phi = 2.67\mathbf{a}_r - 0.741\mathbf{a}_\theta - 4.16\mathbf{a}_\phi$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

(c) $\mathbf{C} = 4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z$ at $P(x = -2, y = -3, z = 4)$

➤ $P(x = -2, y = -3, z = 4) \rightarrow P(r = \quad, \theta = \quad, \phi = \quad)$

➤ $C_r = \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_r = (4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_r$

$$= 5\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_r - 2\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_r + 4\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_r$$

$$= 5 \sin \theta \cos \phi - 2 \sin \theta \sin \phi + 4 \cos \theta$$

$$= -3.34$$

➤ $C_\theta = \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_\theta = (4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\theta =$

➤ $C_\phi = \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_\phi = (4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_\phi =$

➤ $\therefore \mathbf{C} = C_r \mathbf{a}_r + C_\theta \mathbf{a}_\theta + C_\phi \mathbf{a}_\phi = -3.34\mathbf{a}_r + 2.27\mathbf{a}_\theta + 4.44\mathbf{a}_\phi$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- (예제 1.4) $\mathbf{G} = \frac{xz}{y} \mathbf{a}_x \rightarrow$ 구좌표계

➤ $G_r = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_r$

$$= \frac{xz}{y} \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_r = \frac{xz}{y} \sin \theta \cos \phi = \frac{r \sin \theta \cos \phi \cdot r \cos \theta}{r \sin \theta \sin \phi} \sin \theta \cos \phi = r \sin \theta \cos \theta \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

➤ $G_\theta = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_\theta$

$$= \frac{xz}{y} \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\theta = \frac{xz}{y} \cos \theta \cos \phi = \frac{r \sin \theta \cos \phi \cdot r \cos \theta}{r \sin \theta \sin \phi} \cos \theta \cos \phi = r \cos^2 \theta \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

➤ $G_\phi = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_\phi$

$$= \frac{xz}{y} \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_\phi = \frac{xz}{y} (-\sin \phi) = \frac{r \sin \theta \cos \phi \cdot r \cos \theta}{r \sin \theta \sin \phi} (-\sin \phi) = -r \cos \theta \cos \phi$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- $$\begin{aligned}\therefore \mathbf{G} &= r \sin \theta \cos \theta \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} \mathbf{a}_r + r \cos^2 \theta \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} \mathbf{a}_\theta - r \cos \theta \cos \phi \mathbf{a}_\phi \\ &= r \cos \theta \cos \phi \left(\sin \theta \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \mathbf{a}_r + \cos \theta \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \mathbf{a}_\theta - \mathbf{a}_\phi \right) \\ &= r \cos \theta \cos \phi (\sin \theta \cot \phi \mathbf{a}_r + \cos \theta \cot \phi \mathbf{a}_\theta - \mathbf{a}_\phi)\end{aligned}$$

1.9 구좌표계(spherical coordinate system)

- (응용예제 1.7) $C(-3, 2, 1)$, $D(r = 5, \theta = 20^\circ, \phi = -70^\circ)$
 - (a) C 의 구좌표
 - (b) D 의 직각좌표
 - (c) C 와 D 사이의 거리
- (응용예제 1.8) 직각좌표계 $\rightarrow$ 구좌표계
 - (a) $10\mathbf{a}_x$ at $P(x = -3, y = 2, z = 4)$
 - (b) $10\mathbf{a}_y$ at $Q(\rho = 5, \phi = 30^\circ, z = 4)$
 - (c) $10\mathbf{a}_z$ at $M(r = 4, \theta = 110^\circ, \phi = 120^\circ)$