

REPORT

과제내용	교재 pp.43~44 공식유도(6개)하기
------	------------------------

(※ 상세히 적을 것)

과 목 명	공업수학II (분반01)
학 부	에너지전기공학부
학 번	14OZ011
이 름	홍길동
연 락 처	010-555-5555
과제부과일	2017년 8월 30일(수)
제 출 일	2017년 9월 05일(화)
담당교수	안인석교수님

* 과제 부과일과 제출일을 정확히 명기할 것.

* 분반이 있을 경우, 과목명 뒤에 반드시 기입할 것.

공업수학 II 과제 (9/8 문제)

1. p. 43 ~ 44 덧셈정리 공식(6개)을 유도해 보시오.

<삼각함수의 덧셈정리>

$$\textcircled{1} \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{2} \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{3} \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{4} \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{5} \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

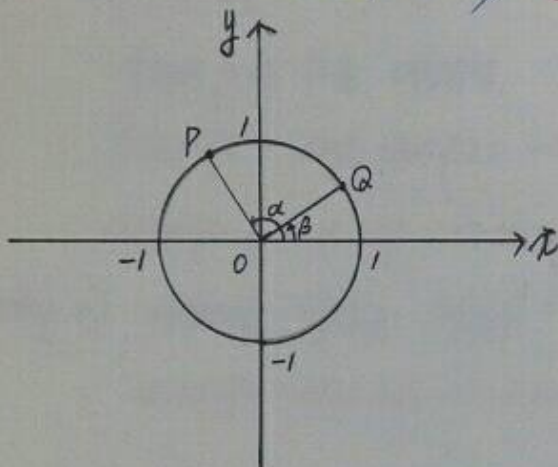
$$\textcircled{6} \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

→ 덧셈정리 유도,

유도순서: 4-3-1-2-5-6식 순!!

먼저 식 ④를 유도한다.

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \quad \textcircled{4}$$



Step 1) 먼저 위의 그림을 그려라.

P, Q의 좌표를 구하라.

$$P(\cos\alpha, \sin\alpha), Q(\cos\beta, \sin\beta)$$

Step 2) \overline{PQ} 을 구하라.

i) 두 점사이의 거리

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= (\cos\beta - \cos\alpha)^2 + (\sin\beta - \sin\alpha)^2 \\ &= (\cos^2\beta + \sin^2\beta) + (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) - 2(\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha) \\ &= 2 - 2(\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha) \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

ii) $\triangle OPQ$ 에서 \overline{PQ} 를 구하면, (코사인 제2법칙 이용)

$$\begin{aligned}\overline{PQ}^2 &= \overline{OP}^2 + \overline{OQ}^2 - 2\overline{OP}\overline{OQ}\cos(\alpha-\beta) \\ &= 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(\alpha-\beta) \\ &= 2 - 2\cos(\alpha-\beta) \quad \ominus\end{aligned}$$

①, ③에서

$$2 - 2(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) = 2 - 2\cos(\alpha-\beta)$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \quad \text{식 ④}$$

step 3) 다음으로는,

식 ④로부터 식 ②를 유도한다.

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \quad \text{식 ②}$$

식 ④의 β 에 $-\beta$ 를 대입하면,

$$(\cos(-\beta) = \cos\beta, \sin(-\beta) = -\sin\beta \text{ 이용})$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \quad \text{식 ②}$$

step 4) 다음으로는, 식 ①을 구한다.

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \quad \text{①}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \cos\left\{\frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta)\right\}$$

$$= \cos\left\{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right\}$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin\beta$$

$$= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \quad \text{식 ①}$$

$$* \sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

step 4) 다음으로, 식 ①로부터 식 ④를 구한다.

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta \quad \text{식 ④}$$

식 ④의 β 에 $-\beta$ 를 대입하면,

$$(\cos(-\beta) = \cos\beta, \sin(-\beta) = -\sin\beta \text{ 이므로})$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta \quad \text{식 ⑤}$$

step 5) 식 ③과 식 ①로부터, 식 ⑤를 구한다.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \quad \text{식 ③}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \quad \text{식 ①}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$= \frac{\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta}{\cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta} \quad \text{식 ④}$$

식 ⑤의 분자, 분모를 $\cos\alpha \cos\beta$ 로 나누면

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \quad \text{식 ⑥}$$

step 6) 다음으로, 식 ⑤로부터 식 ⑥을 구한다.

식 ⑤의 β 에 $-\beta$ 를 대입하면,

$$(\tan(-\beta) = -\tan\beta \text{ 이므로})$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta} \quad \text{식 ⑦}$$

* step 1) ~ step 6) 으로부터 "덧셈정리의 공식"을 모두 유도하였다.