

전기자기학 I 2차시험 풀이

시험일시 : 2023년 5월 25일

* 다음의 문제를 정확하게 읽고 풀이과정과 답을 쓰시오. 100점이 넘는 경우 100점으로 처리함.

[Q.1] 전하 $Q_A = -20 [\mu\text{C}]$ 이 자유공간에서 $A(-6, 4, 7)$ 에 놓여 있고, 전하 $Q_B = 50 [\mu\text{C}]$ 은 $B(5, 8, -2)$ 에 놓여 있다. 만약 거리가 m로 주어진다면 Q_B 에 의해 Q_A 에 작용하는 힘은 얼마인가? (20점)

[A.1] 점 A, B의 위치 벡터 : $\mathbf{r}_A = -6\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 7\mathbf{a}_z$, $\mathbf{r}_B = 5\mathbf{a}_x + 8\mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z$ 이므로 $\mathbf{R}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = 11\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 9\mathbf{a}_z$ 이므로

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{AB} &= \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = 11\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 9\mathbf{a}_z \\ R_{AB} &= \sqrt{11^2 + 4^2 + (-9)^2} = 14.76 \\ \mathbf{a}_{AB} &= \frac{11\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 9\mathbf{a}_z}{\sqrt{11^2 + 4^2 + (-9)^2}} = \frac{11\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 9\mathbf{a}_z}{14.76} = 0.745\mathbf{a}_x + 0.271\mathbf{a}_y - 0.610\mathbf{a}_z \\ \mathbf{F} &= \frac{Q_A Q_B}{4\pi\epsilon_0 R_{AB}^2} \mathbf{a}_{AB} = \frac{-20 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-6}}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 218} (0.745\mathbf{a}_x + 0.271\mathbf{a}_y - 0.610\mathbf{a}_z) \\ &= (-0.03072\mathbf{a}_x - 0.01117\mathbf{a}_y + 0.02513\mathbf{a}_z) \\ &= -30.72\mathbf{a}_x - 11.17\mathbf{a}_y + 25.13\mathbf{a}_z [\text{mN}] \\ F &= |\mathbf{F}| = \sqrt{30.72^2 + 11.17^2 + 25.13^2} \times 10^{-3} = 41.23 [\text{mN}]\end{aligned}$$

[Q.2] $-0.3 [\mu\text{C}]$ 전하가 $A(25, -30, 15)$ (단위 cm)에 놓여 있고, 두 번째 전하 $0.5 [\mu\text{C}]$ 이 $B(-10, 8, 12)$ [cm]에 놓여 있다. 원점에서 전체의 세기 $\mathbf{E}$ 를 구하시오. (20점)

[A.2] 전체 전기장의 세기는 각 전하로 인한 전기장의 합의 합이므로 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

$$\begin{aligned}R_1 &= \sqrt{0.25^2 + 0.3^2 + 0.15^2} = \sqrt{0.0175} = 0.4183 \\ \mathbf{E}_1 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} \mathbf{a} = \frac{-0.3 \times 10^{-6}}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 0.0175} \cdot \frac{0.25\mathbf{a}_x - 0.3\mathbf{a}_y + 0.15\mathbf{a}_z}{0.4183} \\ &= -1.5407 \times 10^5 \cdot \frac{25\mathbf{a}_x - 30\mathbf{a}_y + 15\mathbf{a}_z}{0.4183} \\ &= (-0.92084\mathbf{a}_x + 1.10501\mathbf{a}_y - 0.55251\mathbf{a}_z) \times 10^5 \\ R_2 &= \sqrt{0.1^2 + 0.08^2 + 0.12^2} = \sqrt{0.0308} = 0.1754992 \\ \mathbf{E}_2 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} \mathbf{a} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 0.0308} \cdot \frac{-0.1\mathbf{a}_x + 0.08\mathbf{a}_y + 0.12\mathbf{a}_z}{0.1754992} \\ &= 14.5905 \times 10^5 \cdot \frac{-0.1\mathbf{a}_x + 0.08\mathbf{a}_y + 0.12\mathbf{a}_z}{0.1754992} \\ &= (-8.31371\mathbf{a}_x + 6.65097\mathbf{a}_y + 9.97645\mathbf{a}_z) \times 10^4\end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = -175.21\mathbf{a}_x + 177.0\mathbf{a}_y + 44.52\mathbf{a}_z [\text{kV/m}]$$

[Q.3] $r = 3\text{cm}$ 에서 $r = 5\text{cm}$ 까지의 구형 껍질에 $0.2 [\mu\text{C}/\text{m}^3]$ 의 균일한 체적전하밀도가 존재한다. 다른 모든 곳에 서는 전하가 없을 경우 껍질 속에 존재하는 총 전하를 구하라. 단 반지름이 a 인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이다. (20 점)

[A.3] 균일한 전하분포를 가지므로 전하량 = 체적전하밀도 $\times$ 부피이고, 구의 체적은 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 이므로, 구형 껍질의 부피 v 를 계산하고, 전하량 Q 를 계산하면.

$$v = \frac{4}{3}\pi \times (5 \times 10^{-2})^3 - \frac{4}{3}\pi \times (3 \times 10^{-2})^3 = \frac{4}{3}\pi \times (5^3 - 3^3) \times 10^{-6} = 4.105 \times 10^{-4}$$

$$Q = \rho_v v = 0.2 \times 10^{-6} \times 4.105 \times 10^{-4} = 821 \times 10^{-12} = 821 [\text{pC}]$$

[Q.4] $10 [\text{nC}/\text{m}]$ 의 균등한 선전하가 x 축과 y 축을 따라 자유공간에 놓여 있다. 점 $P(0, 4, 3)$ 에서 $\mathbf{E}$ 를 구하라. (20점)

[A.4] $\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} \mathbf{a}_\rho = \frac{10 \times 10^{-9}}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times \sqrt{4^2 + 3^2}} \cdot \frac{4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \\ &= 28.761\mathbf{a}_y + 21.571\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_y &= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} \mathbf{a}_\rho = \frac{10 \times 10^{-9}}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 3} \mathbf{a}_z \\ &= 59.918\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y = 28.76\mathbf{a}_y + 81.49\mathbf{a}_z$$

[Q.5] 3개의 무한하고 균일한 표면전하가 자유공간에 다음과 같이 놓여 있다: $-6[\text{nC}/\text{m}^2]$ 이 $z = -4$, $12[\text{nC}/\text{m}^2]$ 이 $z = 1$ 그리고 $8[\text{nC}/\text{m}^2]$ 이 $z = 4$. 점 $P_A(4, 7, -3)$, $P_B(3, -2, 3)$ 에서 $\mathbf{E}$ 를 구하라. (20점)

[A.5] $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{z=-4} + \mathbf{E}_{z=1} + \mathbf{E}_{z=4}$ 이며, $\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_N$ 이므로

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_A &= \frac{-6 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z + \frac{12 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} (-\mathbf{a}_z) + \frac{8 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} (-\mathbf{a}_z) \\ &= \frac{10^{-9}}{2\epsilon_0} (-6\mathbf{a}_z - 12\mathbf{a}_z - 8\mathbf{a}_z) \\ &= 56.47 \times (-26\mathbf{a}_z) = -1468.3\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_B &= \frac{-6 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z + \frac{12 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z + \frac{8 \times 10^{-9}}{2\epsilon_0} (-\mathbf{a}_z) \\ &= \frac{10^{-9}}{2\epsilon_0} (-6\mathbf{a}_z + 12\mathbf{a}_z - 8\mathbf{a}_z) \\ &= 56.47 \times (-2\mathbf{a}_z) = -112.9\mathbf{a}_z \end{aligned}$$