전기자기학 I

(강의자료 #2)

교과목명 : 전기자기학

담당교수 : 이 수 형

E-mail : soohyong@uu.ac.kr

교재명 : 2023 전기기능사 필기, 동일출판사

02. 진공중의 정전계

1. 전하와 대전체

- 전하
  - 마찰전기(triboelectricity) : 두 물체의 마찰에서 발생하는 전기적인 힘 (자유전자의 이동)
  - 대전(electrification) 현상 : 전기적인 성질을 띄는 현상
  - 대전된 물체 → 전기의 성질을 띄는 입자 → 전하 (electric charge) : 양전하, 음전하
  - 전하의 단위 : 쿨롱(coulomb) [C]
  - 양자의 전하량 : 1.602×10^{-19} [C]
  - 전자의 전하량 : -1.602×10^{-19} [C]

- 도체와 부도체
  - 도체(conductor) : 전하의 이동이 자유로운 물질
  - 부도체(non-conductor) : 전하의 이동이 허용되지 않음
    → 절연체(insulator) : 절연의 목적으로 사용하는 경우
  - 반도체(semiconductor) : 도체와 부도체의 중간의 성질

* 참고 : https://www.youtube.com/watch?v=VFbyDCG_j18

2. 쿨롱의 법칙

- 두 점전하 사이에 작용하는 힘

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2} = 9\times10^9\frac{Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- ➢ F : 쿨롱의 힘 [N], Q : 전하량, r : 두 전하사이의 거리 [m]
- ➢ ϵ_0 : 진공 중의 유전율 (dielectric constant), c : 빛의 속도

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.855\times10^{-12}\ [\mathrm{F/m}], \qquad c = 3\times10^8 [\mathrm{m/s}]$$

동종전하이면 F는 반발력　　　　이종전하이면 F는 흡인력

3. 전계와 전기력선

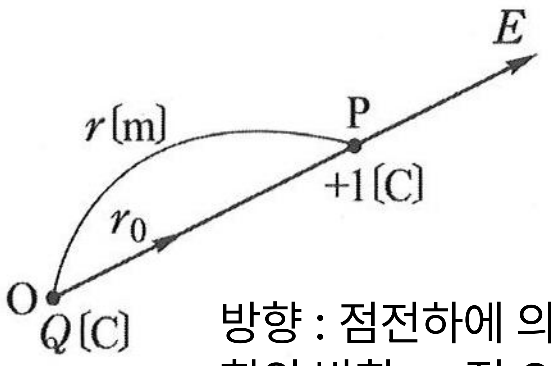
- 전계 (전기장, 전장, electric field)
  - 전기력이 미치는 공간
  - 정전계 : 전계 에너지가 최소로 되는 전하 분포의 전계, 정지된 전하에 의한 전계
- 전계의 세기
  - 정의 : 전계 내의 임의의 한 점에 단위전하 +1[C]을 놓을 때 작용하는 힘

$$E = \lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta Q} \, [\mathrm{N/C}]$$

출제 | 산업 1번, 기사 2번

$$F = QE \, [\mathrm{N}]$$

$$E = \frac{F}{Q} \, [\mathrm{V/m}]$$



방향 : 점전하에 의해 단위전하가 받는 힘의 방향 → 점 O에서 점 P로 향하는 단위벡터 $\mathbf{r}_0$

  - 단위전하에 작용하는 힘

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q \times 1}{r^2}\mathbf{r}_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\mathbf{r}_0 \ [\mathrm{V/m}]$$

- 점전하에 의한 전계의 세기
  - 쿨롱의 법칙에서

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\mathbf{r}_0 \text{ [V/m]}$$

$$\mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{r}}{r} \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^3}\mathbf{r} \text{ [V/m]}$$

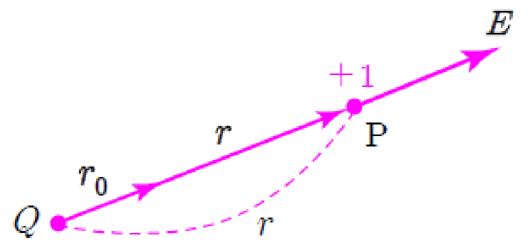


그림 2.7 ▶ 점전하에 의한 전계의 세기

- 여러 개의 점전하
  - 각 점전하에 의한 전계의 세기의 합 (벡터 합)

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{r_1^2}\mathbf{r}_0 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{r_2^2}\mathbf{r}_0 \text{ [V/m]}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q}{r_i^2}\mathbf{r}_{0i} \text{ [V/m]}$$

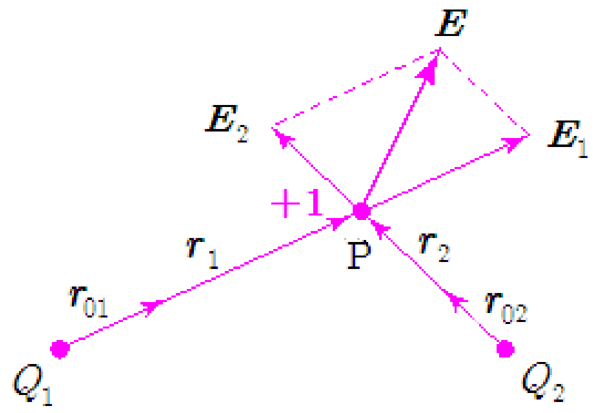
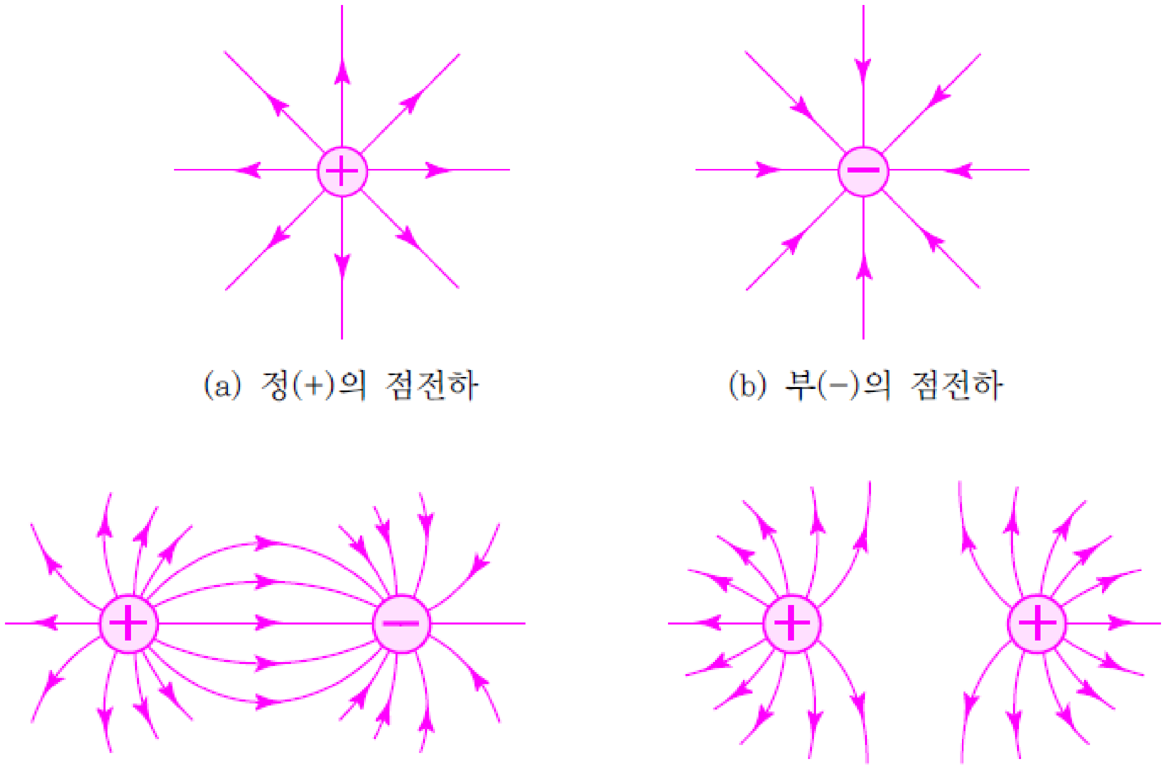


그림 2.10 ▶ 복수 개(두 개)의 점전하에 의한 전계

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

- 전기력선
  : 전계 내에서 단위전하가 아무 저항없이 전기력에 따라 이동할 때 그려지는 가상의 선



(a) 정(+)의 점전하 (b) 부(−)의 점전하

(c) 동량의 부호가 반대인 두 전하 (d) 동량의 부호가 똑같은 두 전하

그림 2.13 ▶ 점전하와 전기력선의 분포

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

3. 전계와 전기력선

- 전기력선의 성질
  - 전기력선의 방향 = 전계의 방향, 전기력선의 밀도 = 전계의 세기
  - 1[C] 에서 발생하는 전기력선 : $\frac{1}{\epsilon_0} = 36\pi \times 10^9$ 개의 전기력선 발생
  - +전하에서 출발 –전하에서 도착
  - 전하가 없는 곳 : 전기력선의 생성/소멸이 없이 연속적임 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
  - 전위가 높은곳에서 낮은곳으로 향함 : $\mathbf{E} = -grad\ V$ (V : 전위)
  - 전기력선은 자신만으로 폐곡선이 되지 않음 : $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
  - 2개의 전기력선은 교차하지 않으며, 등전위면에 직교
  - 도체 내부에서는 전기력선이 없음 (전계의 세기가 0), 표면에서는 수직
  - 전하의 총량은 0

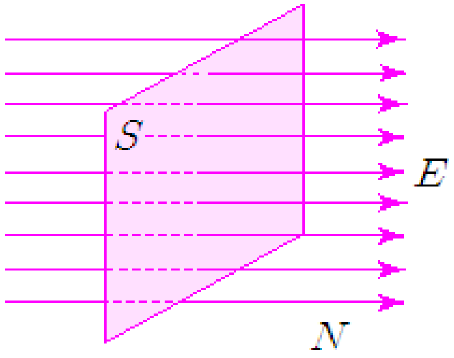
- 전기력선의 수

  ➢ 균일 계 (평면) : 평면에 수직으로 관통하는 수

  $$E = \frac{N}{S} \ \ [\mathrm{lines/m^2}]$$

  (전계의 세기 = 전기력선 밀도)

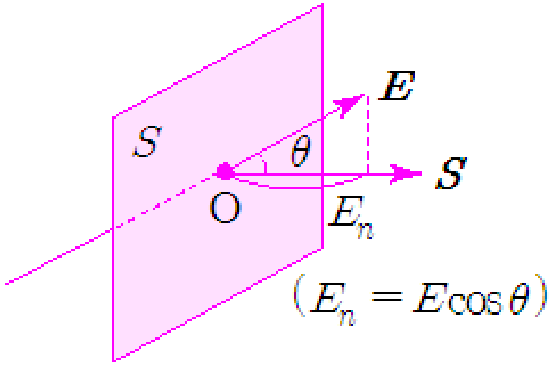
  전기력선 수 $N = ES$ [lines]



(a) 수직 관통($\theta = 0°$)

  ➢ 균일 계 (평면) : 수직이 아닌 경우

  ❖ $N = E_n S = ES\cos\theta = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S}$



(b) 각 θ 관통

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

3. 전계와 전기력선

- 전기력선의 수
  - 불균일 계 (곡면) : 곡면에 수직으로 관통하는 수
    - 전체 전려기력선 = 미소 면적을 관통하는 전기력선 수의 합
    - 미소 면적 dS를 관통하는 전기력선

$$dN = EdS\cos\theta = \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}$$

    - 전체 곡면을 관통하는 전기력선의 수

$$N = \int_S E\,dS\cos\theta = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}$$

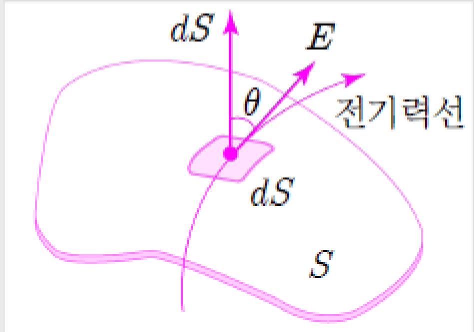


그림 2.15 ▶ 면적분

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

- 원점에 Q, 단위구에서 전기력선 수
  - 단위 구면의 전계의 세기

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\ [\mathrm{V/m}]$$

  - 단위 구면을 통과하여 나오는 전기력선의 수

$$N = \int_S E \cdot dS = \int_S EdS\cos\theta$$

$$= E\int_S dS = ES = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi \times r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\because r = 1)$$

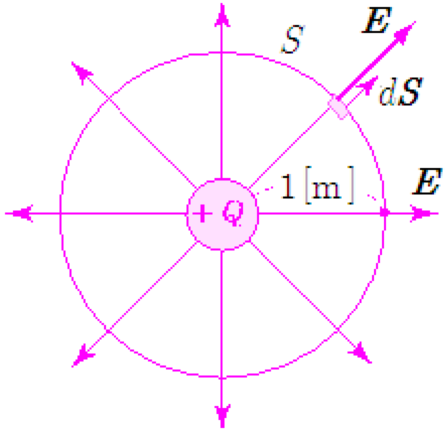


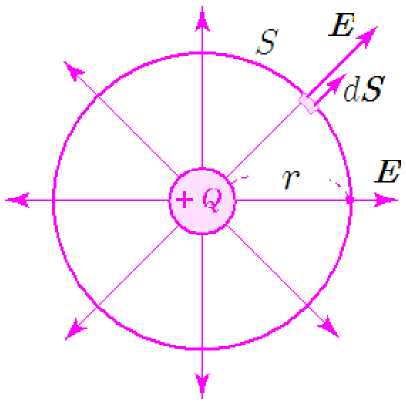
그림 2.16 ▶ 단위구의 전기력선

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

- 전속(선)
  - 매질(유전율 ϵ)과 관계없는 일정한 전기적인 선속
  - 전하 Q[C]가 있을 때 매질에 상관없이 전속 Φ개가 발생 : 전속 = 전하량

- 전속밀도 : 단위면적당 전속의 수

$$D = \frac{\Phi}{S} = \frac{Q}{S}\ [\mathrm{C/m^2}]$$



- 전속밀도와 전계의 세기의 관계

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

※ 그림 출처 : 전기자기학, 임헌찬, 동일출판사

- 전기력선 방정식
  - 임의의 한 점에서 전계 $\mathbf{E}$와 미소접선 벡터 $d\mathbf{l}$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} + E_z\mathbf{k} \\ d\mathbf{l} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k} \end{cases}$$

  - 전기력선의 접선 방향과 전계의 세기 방향은 일치 : $\mathbf{E} \parallel d\mathbf{l} \;\rightarrow\; \mathbf{E} \times d\mathbf{l} = 0$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \Rightarrow \mathbf{E} \times d\mathbf{l} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ E_x & E_y & E_z \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} = 0$$

$$\left(E_y dz - E_z dy\right)\mathbf{i} + \left(E_z dx - E_x dz\right)\mathbf{j} + \left(E_x dy - E_y dx\right)\mathbf{k} = 0$$

  - 따라서 $E_y dz = E_z dy, E_z dx = E_x dz, E_x dy = E_y dx$

$$\boxed{\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}}$$

4. 전위와 전위경도

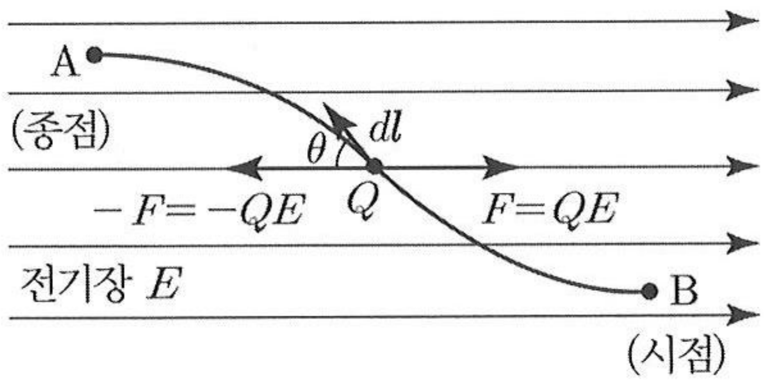
- 전위
  - 무한 원점을 영전위로 하고 무한 원점에서 단위 점전하를 임의의 점까지 이동하는데 필요한 일
  - 전계 내에서 전하 Q를 점 B에서 점 A까지 이동

$$W_{AB} = -\int_B^A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -Q\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

  - 한 점 A에서 전하 Q가 가지는 전기적인 위치에너지

$$W_A = -Q\int_\infty^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \qquad \therefore W = QV$$

$$V_A = -\int_\infty^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$



※ 일 = 거리 × 움직인 방향의 힘 (동일한 방향의 곱 : 내적 사용)

4. 전위와 전위경도

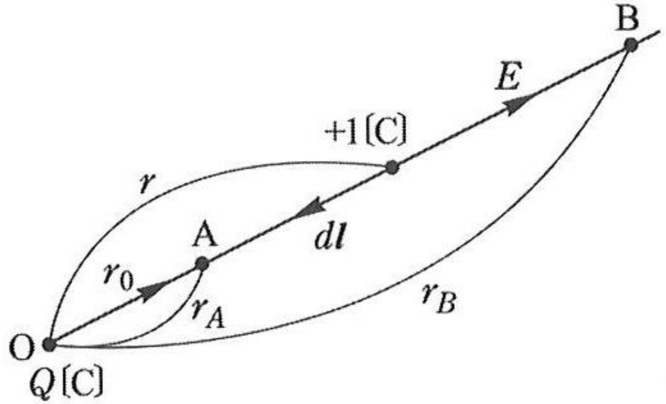
- 전위차
  - ➢ 임의의 한 점에서 다른 점까지 단위전하를 이동하는데 필요한 일
  - ➢ V_{AB} : 두 점 A, B 사이의 전위차

$$V_{AB} = V_A - V_B = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_B}^{r_A}\frac{1}{r^2}dr$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_B}^{r_A}$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{r_A}+\frac{1}{r_B}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$



4. 전위와 전위경도

- 보존장
  - 폐회로를 일주할 때 전계가 하는 일은 0이다. (경로 무관)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (rot\ \mathbf{E} = 0, \nabla \times \mathbf{E} = 0)$$

$$V_{AB} = -\int_{B}^{A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

❖ V_{AB}는 두 점의 위치에만 결정되며, 경로는 무관함

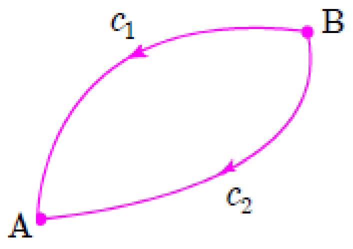


그림 2.20 ▶ 전계의 보존성

- 점전하에 의한 전위

  ➢ 전위식

$$V = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{1}{r^2}\, dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\,[\mathrm{V}]$$

  ➢ 전위차 공식

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\ [\mathrm{V}]$$

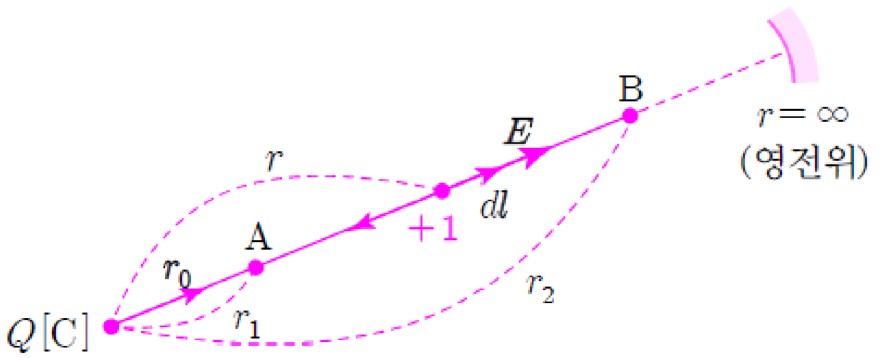


그림 2.21 ▸ 점전하에 의한 전위와 전위차

- 여러 개의 점전하에 의한 전위

  - 전계 : 벡터 합

    $$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

  - 전위

    $$V = -\int_{\infty}^{P} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_{\infty}^{P} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot d\mathbf{l} = -\int_{\infty}^{P} \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} - \int_{\infty}^{P} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l}$$

    $$= V_1 + V_2 \ [\mathrm{V}]$$

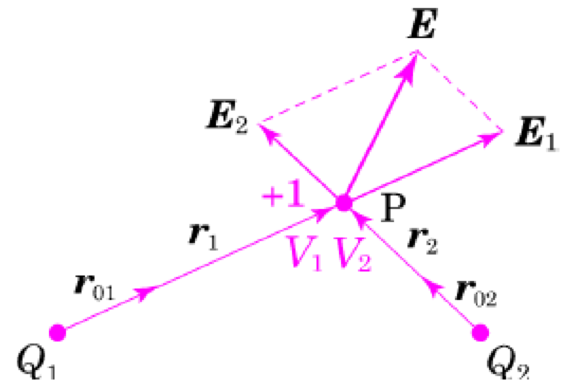


그림 2.22 ▸ 두 개의 점전하에 의한 전위

  - 여러 개의 점전하 : 전위

    $$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \cdots + \frac{Q_n}{r_n}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{r_i}$$

4. 전위와 전위경도

- 점전하에 의한 전위 : V_P

$$V_P = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int \frac{Q}{4\pi r^2} dr = \frac{Q}{4\pi r} \ [\mathrm{V}]$$

$$V = rE \ [\mathrm{V}] \ \ \text{or} \ \ E = \frac{V}{r} [\mathrm{V/m}]$$

- 선전하 분포에 의한 전위

$$V_L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\lambda dl}{r} \ [V]$$

λ : 선전하 밀도 $[\mathrm{C/m}]$

- 면전하 분포에 의한 전위

$$V_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r} \ [V]$$

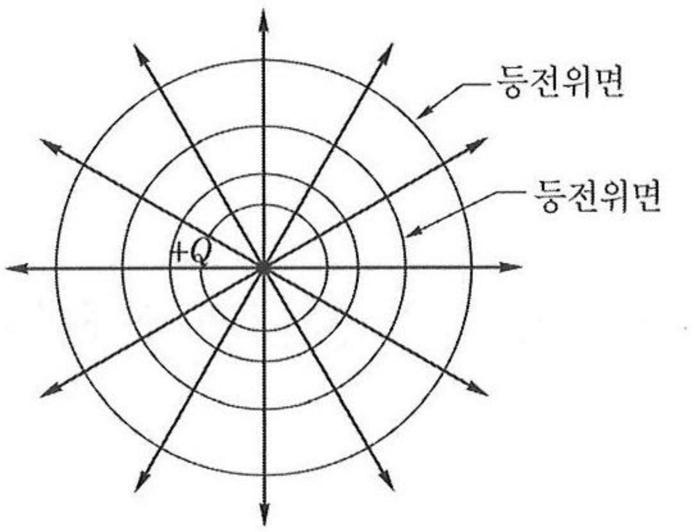
σ : 면전하 밀도 $[\mathrm{C/m^2}]$

- 체적 전하 분포에 의한 전위

$$V_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho dV}{r} \ [V]$$

ρ : 제적전하 밀도 $[\mathrm{C/m^3}]$

- 등전위면
  - ➢ 전위가 같은 점끼리 이어서 만들어진 하나의 면
    - ❖ 폐곡면
    - ❖ 전기력선과 등전위면은 직교
    - ❖ 두 개의 서로 다른 등전위면은 교차하지 않음



전기력선과 등전위면

4. 전위와 전위경도

- 전위경도
  - ➢ 단위길이당 전위의 변화율

$$E = -\frac{dV}{dl} \quad [\mathrm{V/m}]$$

  - ➢ 직각좌표계의 경우

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} + E_z\mathbf{k} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial x}j + \frac{\partial}{\partial x}k\right)V = -\nabla V = -grad\ V$$

    - ❖ 전기력선은 (+) 전하에서 시작, (-) 전하에서 끝나며 전하가 존재할 때 비연속적
  - ➢ 전위경도 ($grad\ V$) : 전계의 세기 $\mathbf{E}$와 크기는 같고 방향이 반대

5. 가우스 정리

- 가우스 법칙
  - 전하가 임의의 분포를 하고 있을 때, 폐곡면을 통과하는 전속은 폐곡면 내부의 전하량과 같다.
  - 폐곡면을 통과하는 전기력선의 수는 전하량의 $1/\epsilon_0$배와 같다.

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

※ 가우스 법칙의 적분형

  - 폐곡면을 통과하는 전속은 수는 내부의 전하량과 같다.

$$\Phi = \oint_S d\Phi = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

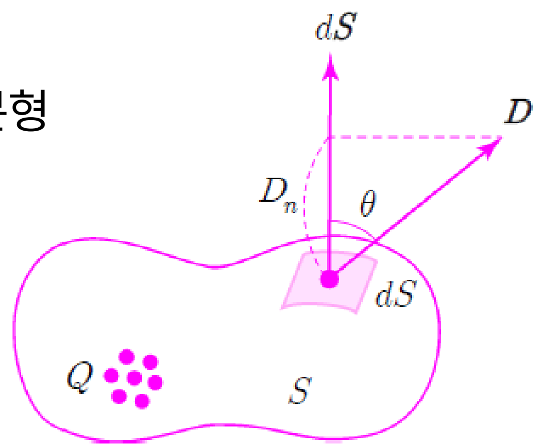


그림 2.26 ▸ 가우스 정리

  - 임의의 점에서 전기력선의 발산은 그 점에서 체적전하밀도의 $1/\epsilon_0$배와 같다.

$$div\,\mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

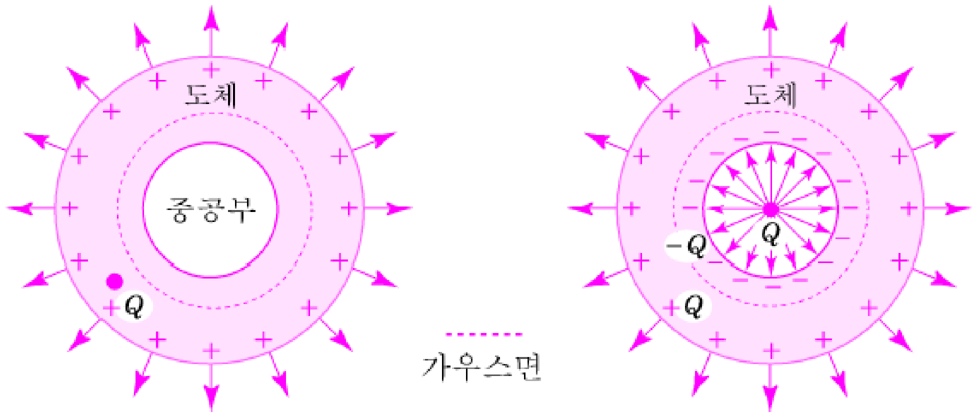
※ 가우스 법칙의 미분형

$$div\,\mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

6. 도체의 성질과 전하분포

- 도체의 성질
  - 도체 표면과 내부의 전위는 동일(등전위), 표면은 등전위면
  - 등전위 → 전위경도 (∇V) = 0 → $\mathbf{E} = -\nabla V = 0$
  - 전하는 도체 표면에만 존재
  - 도체면에서의 전계의 세기는 도체 표면에 항상 수직
    (전계의 방향은 등전위면에 수직)
  - 표면에서 전하밀도는 곡률이 클수록(곡률반경이 작을수록) 높음만 존재
    (피뢰침의 끝 부분을 날카롭게 하는 이유)

- 중공 도체의 성질
  - 중공부에 전하가 있으면 내부 표면에 동량의 반대방향의 전하가 분포
  - 중공부에 전하가 없고 대전 도체인경우 전하는 도체 외부 표면에만 존재



(a) 중공부에 전하가 없는 경우 (전하 Q[C]의 대전도체) (b) 중공부에 전하가 Q[C]인 경우

그림 2.27 ▸ 중공 도체의 전하 및 전기력선 분포

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 가우스 정리 → 전계의 세기 계산

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q, \qquad \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- 전하분포가 대칭적인 구조 (구, 원통 …)
  - ➢ 벡터 면적분이 간단하게 처리됨
    1. 모든 점에서 D가 폐곡면과 수직이거나 접선 방향 → $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = DdS$ or 0
    2. 폐곡면 위에서 $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$가 0이 아닌 점에서 D는 일정
  - ➢ 가우스 표면 : 전하분포가 대칭이 되는 면을 기준으로 가우스 정리 적용

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 구체 (균일 전하 분포)
  - 구체 외부 $(r > a)$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

  - 좌변 계산

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S D dS = D \oint_S dS = DS = D \cdot 4\pi r^2$$

  - 전속밀도 계산

$$D \cdot 4\pi r^2 = Q \;\Rightarrow\; D = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad [\mathrm{C/m^2}]$$

$$E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [\mathrm{V/m^2}]$$

  - 전위

$$V = rE = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad [\mathrm{V}]$$

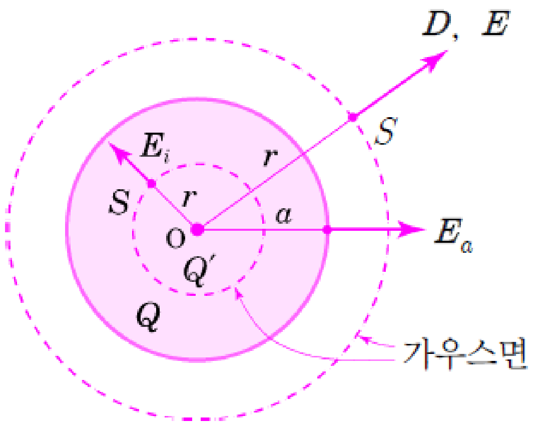


그림 2.28 ▸ 구체의 전계

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 구체 (균일 전하 분포)
  - 구체 표면 ($r = a$)
    $\Rightarrow$ 구체 외부 결과에서 $r = a$
  - 전속밀도, 전계세기

$$D = \frac{Q}{4\pi a^2} \quad [\mathrm{C/m^2}]$$

$$E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \quad [\mathrm{V/m^2}]$$

  - 전위

$$V = rE = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \quad [\mathrm{V}]$$

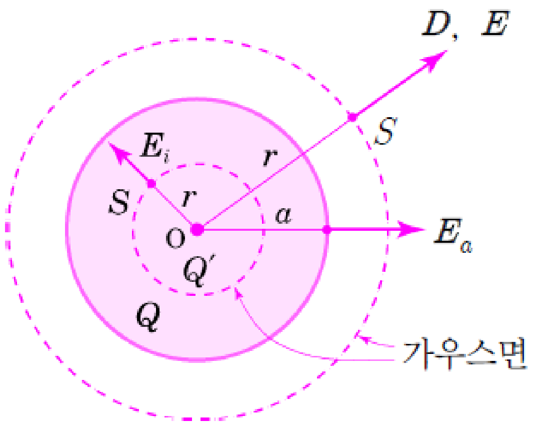


그림 2.28 ▸ 구체의 전계

- 구체 (균일 전하 분포)
  - 구체 내부 ($r < a$)
    - 구체 내부에 가우스 면을 설정하고 내부 전하 Q'를 구하여 적용
  - Q' 계산 : 부피 V의 비율 이용

$$Q : Q' = V : V'$$

$$Q' = \frac{V'}{V}Q = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3}Q = \frac{r^3}{a^3}Q \quad [\mathrm{C}]$$

  - 전속밀도, 전계세기

$$D \cdot 4\pi r^2 = \frac{r^3}{a^3}Q \;\Rightarrow\; D = \frac{rQ}{4\pi a^3} \quad [\mathrm{C/m^2}]$$

$$E_i = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{rQ}{4\pi\epsilon_0 a^3} \quad [\mathrm{V/m^2}]$$

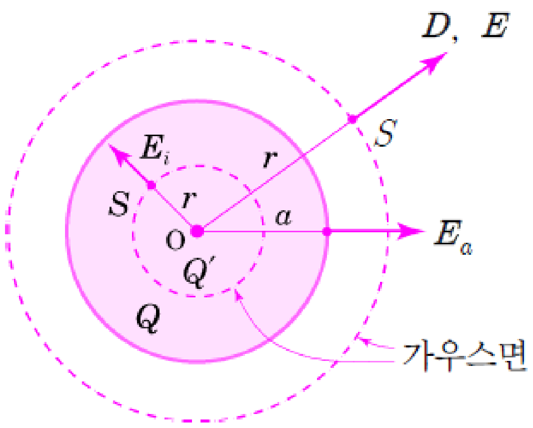


그림 2.28 ▸ 구체의 전계

- 구체 (균일 전하 분포)
  - 구체 내부 $(r < a)$
  - 전속밀도, 전계세기

$$D \cdot 4\pi r^2 = \frac{r^3}{a^3} Q \;\Rightarrow\; D = \frac{rQ}{4\pi a^3} \quad [\mathrm{C/m^2}]$$

$$E_i = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{rQ}{4\pi\epsilon_0 a^3} \quad [\mathrm{V/m^2}]$$

  - 전위

$$V_i = V_a + V_{ra} = -\int_{\infty}^{a} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_{a}^{r} \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^3}\int_a^r r\,dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2a^2}\right) \quad [\mathrm{V}]$$

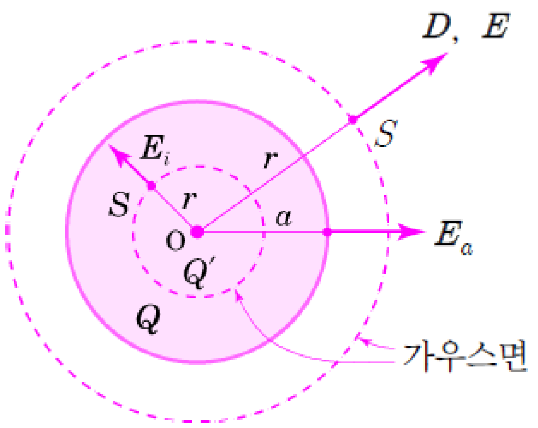


그림 2.28 ▸ 구체의 전계

- 구체 (균일 전하 분포)
  - 전계세기

$$E_i = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{rQ}{4\pi\epsilon_0 a^3} \quad [\mathrm{V/m^2}]$$

  - 전위

$$V_i = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2a^2}\right) \quad [\mathrm{V}]$$

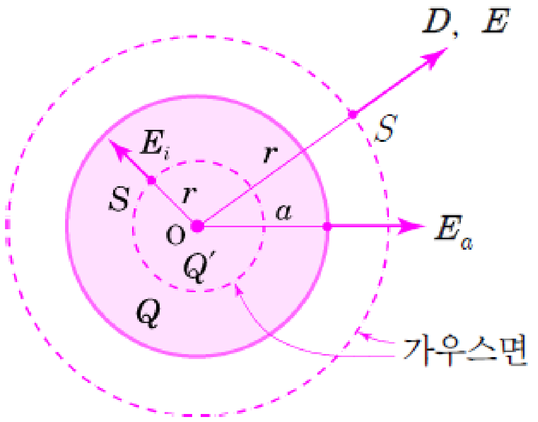
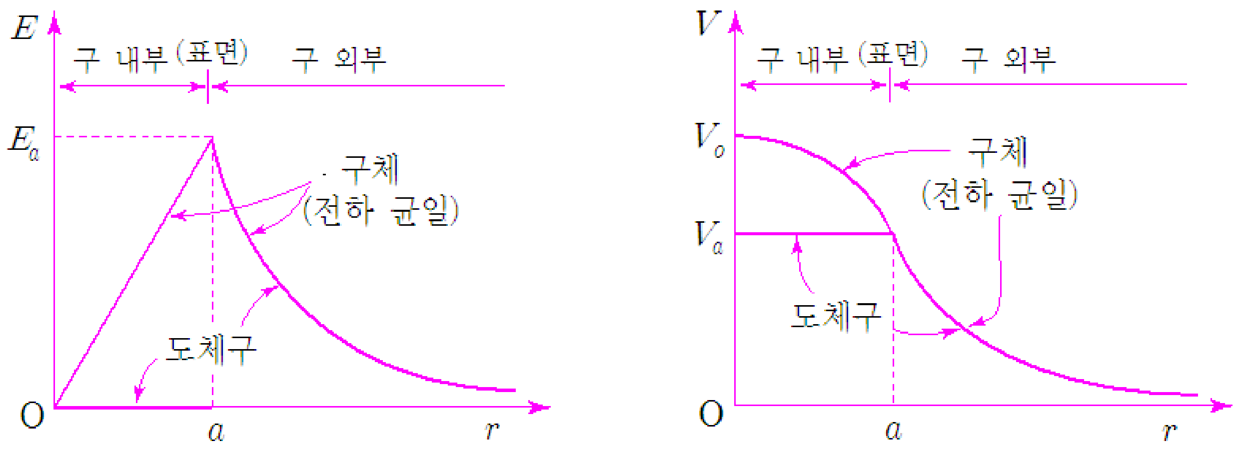


그림 2.28 ▶ 구체의 전계



(a) 전계 분포 (b) 전위 분포

그림 2.29 ▶ 구체에서의 전계와 전위 분포

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 도체구 (전하가 표면에 분포)
  - 도체의 성질 : 도체 내부에는 전하가 존재하지 않고 표면에만 존재
  - 전계의 세기
    - 도체구 외부 $(r > a)$: $E = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ [V/m]
    - 도체구 표면 $(r = a)$: $E_a = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ [V/m]
    - 도체구 내부 $(r < a)$: $E_i = 0$ [V/m]
  - 전위
    - 도체구 외부 $(r > a)$: $V = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ [V]
    - 도체구 표면 $(r = a)$: $V_a = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$ [V]
    - 도체구 내부 $(r < a)$: $V_i = V_a + V_{ra} = V_a \; (V_{ra} = 0) \Rightarrow \; V_i = V_a = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$ [V/m]

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한장 직선도체
  - 전계세기 : 선전하밀도 λ [C/m]

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

  - 좌변

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{side} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

$$= D \oint_{S_1} DdS + 0 + 0 = D \cdot 2\pi rl$$

  - 우변

$$Q = \int_l \lambda dl = \lambda l$$

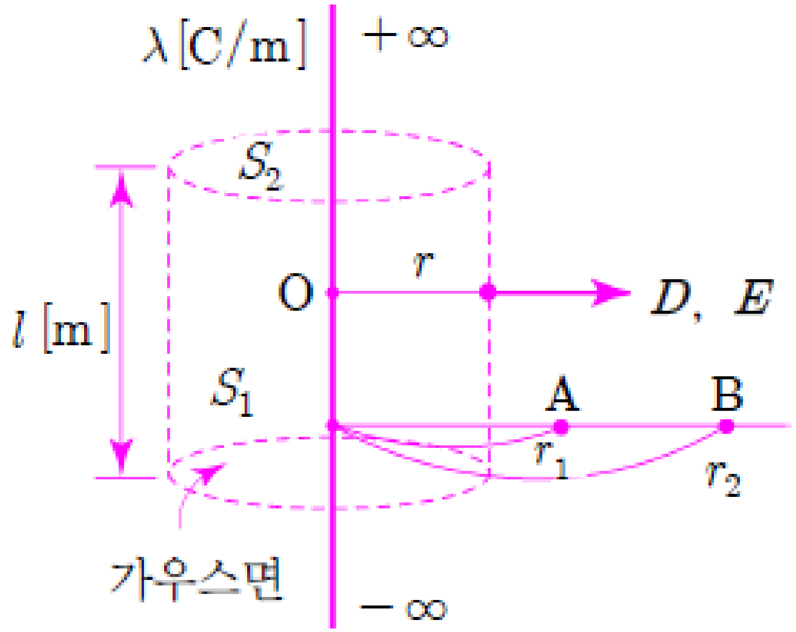


그림 2.30 ▶ 무한장 직선 도체의 전계

  - 전속밀도, 전계의 세기

$$D \cdot 2\pi rl = \lambda l \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi r} \text{ [C/m}^2\text{]} \Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ [V/m]}$$

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한장 직선도체
  - 전위차 : V_{AB}

$$V_{AB} = -\int_{r_2}^{r_1} E\,dr = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\,dr$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{r}\,dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}[\ln r]_{r_2}^{r_1}$$

$$\therefore\ V_{AB} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

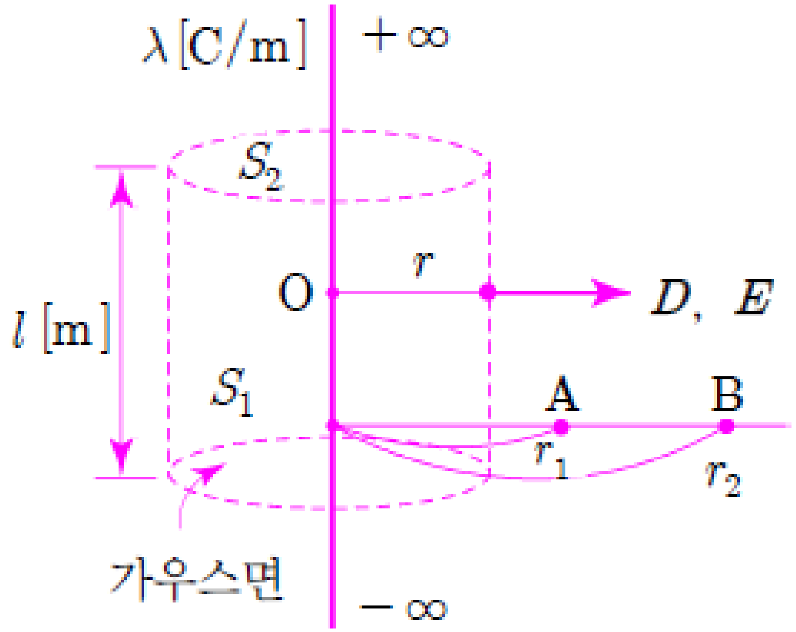


그림 2.30 ▸ 무한장 직선 도체의 전계

- 무한장 원주형 대전체 (균일 선전하밀도 λ)
  - ➢ 원주형 외부 $(r > a)$
    - ❖ 전계세기 : 선전하밀도 λ [C/m] → 원통형 가우스 면 설정

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

  - ➢ 좌변

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{side} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$
$$= D \oint_{S_1} DdS + 0 + 0 = D \cdot 2\pi rl$$

  - ➢ 우변

$$Q = \int_l \lambda dl = \lambda l$$

  - ➢ 전속밀도, 전계의 세기

$$D \cdot 2\pi rl = \lambda l \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi r} \text{ [C/m}^2\text{]} \Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ [V/m]}$$

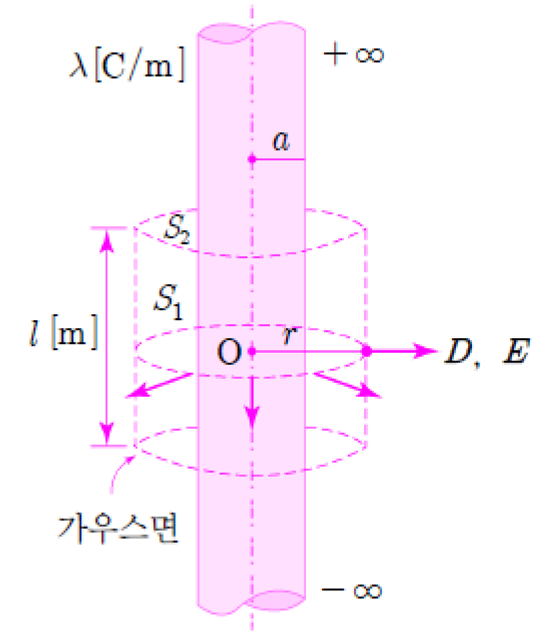


그림 2.31 ▸ 무한장 원주형 대전체의 전계

- 무한장 원주형 대전체 (균일 선전하밀도 λ)
  - 원주형 표면 $(r = a)$

$$E_a = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \ [\mathrm{V/m}]$$

  - 원주형 내부 $(r < a)$
    - 내부 가우스면 설정, 내부 전하 Q' → 가우스 정리 적용
    - $Q : Q' = V : V'$

$$Q' = \frac{V'}{V}Q = \frac{\pi r^2}{\pi a^2}Q = \frac{r^2}{a^2}Q \ [\mathrm{C}]$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{side} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

$$= D \oint_{S_1} DdS + 0 + 0 = D \cdot 2\pi r l = Q' = \frac{r^2}{a^2}\lambda l$$

$$D \cdot 2\pi r l = \frac{r^2}{a^2}\lambda l \Rightarrow D = \frac{r\lambda}{2\pi a^2} \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right] \Rightarrow E_i = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{r\lambda}{2\pi\epsilon_0 a^2} \ [\mathrm{V/m}]$$

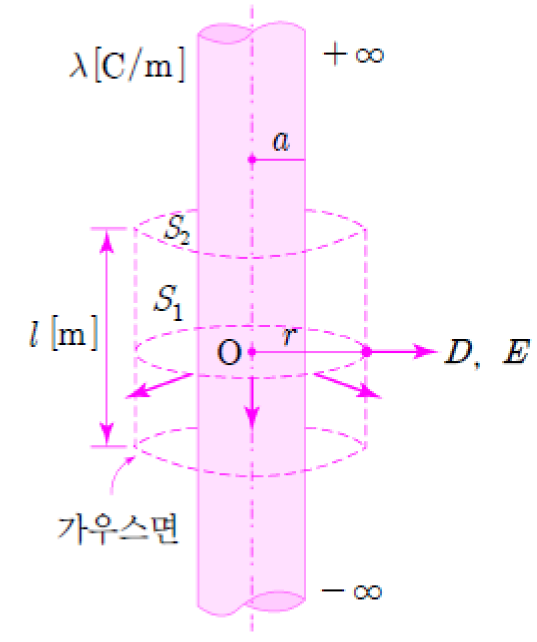


그림 2.31 ▸ 무한장 원주형 대전체의 전계

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한장 원주형 대전체 (균일 선전하밀도 λ)

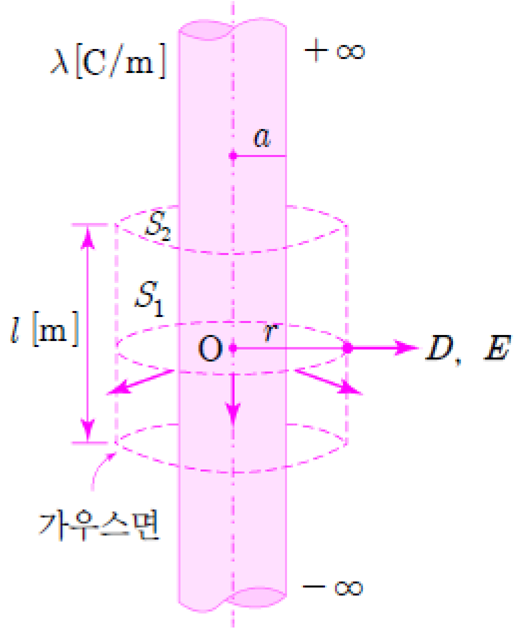


그림 2.31 ▸ 무한장 원주형 대전체의 전계

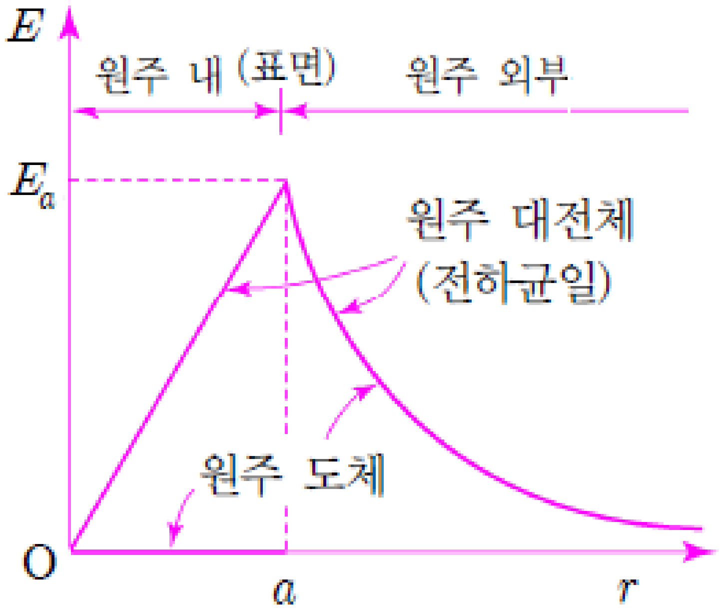


그림 2.32 ▸ 원주형 대전체에서 전계 분포

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한 평판 도체
  - ➢ 한 장의 무한 평판 도체
    - ❖ 전계세기 : 면전하밀도 σ [C/m] → 원통형 가우스 면 설정

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

  - ➢ 전속밀도

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 2DS = \sigma S \quad \Rightarrow \quad D = \frac{\sigma}{2}\,[\mathrm{C/m^2}]$$

  - ➢ 전계의 세기

$$E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\epsilon_0}\ [\mathrm{V/m}]$$

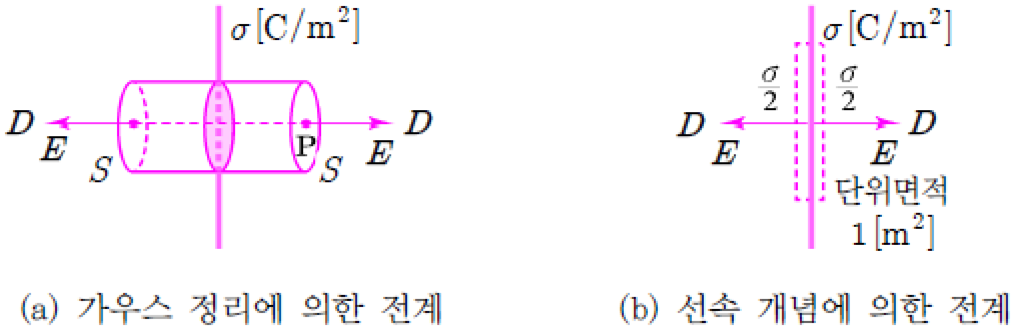


그림 2.33 ▶ 한 장의 무한 평판 도체

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한 평판 도체
  - ➢ 두 장의 무한 평판 도체 : σ [C/m]
  - ➢ 전속밀도

    $D = \sigma \quad [\mathrm{C/m^2}]$
  - ➢ 전계의 세기

    $$E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{\epsilon_0} \quad [\mathrm{V/m}]$$
  - ➢ 두 평판 사이의 전위차
    - ❖ $V = Ed$
  - ➢ 전계 합성

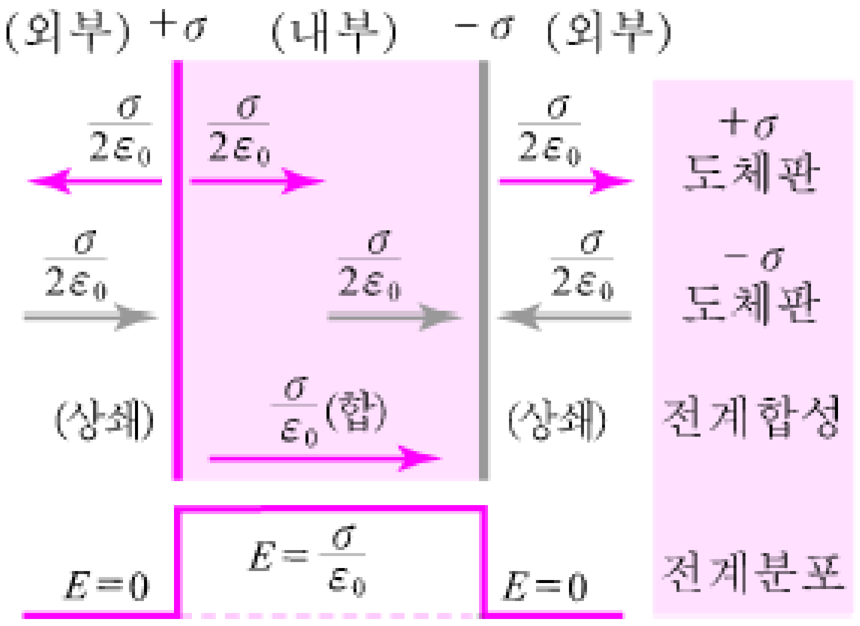
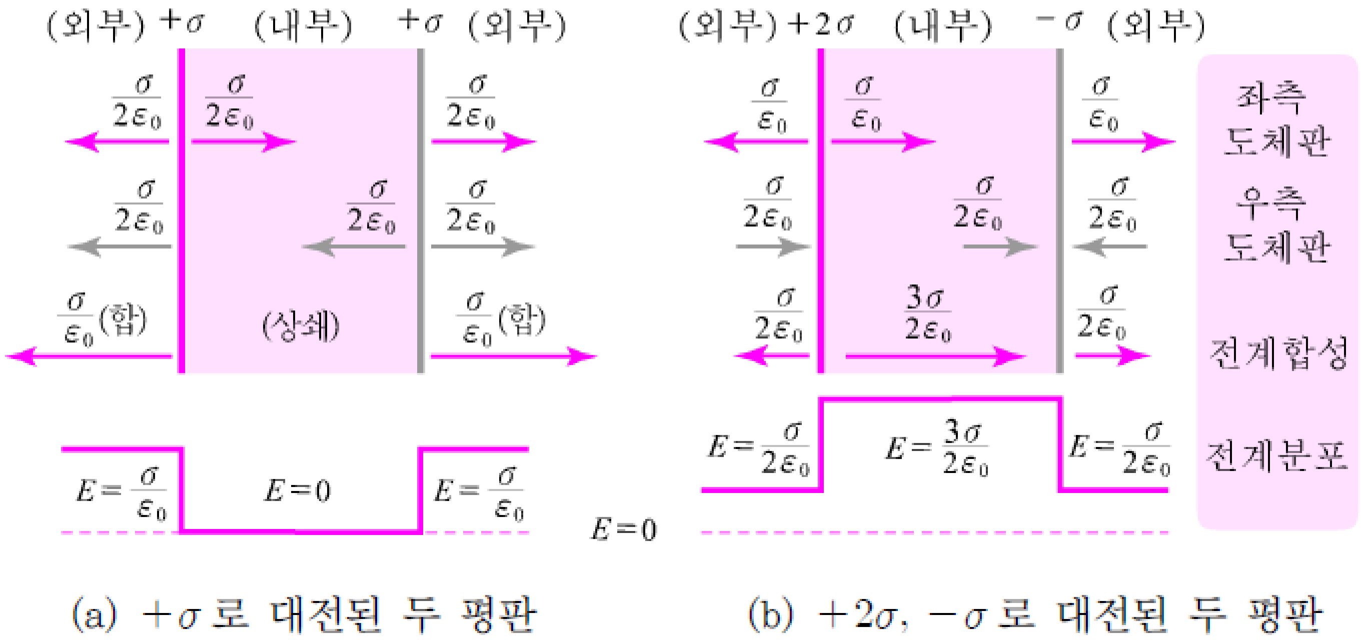


그림 2.34 ▸ 두 장의 무한 평판 도체

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 무한 평판 도체
  - ➢ 두 장의 무한 평판 도체 : 전계 합성



(a) $+\sigma$ 로 대전된 두 평판 (b) $+2\sigma$, $-\sigma$ 로 대전된 두 평판

그림 2.35 ▸ 두 장의 무한 평판 도체에서의 전계 분포

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 동심 도체구
  - 도체 A에 전하 Q가 있으면, 도체 B의 내부 표면에 $-Q$ 유도
  - 전계의 세기
    - $(r \geq c)$

      $$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi r^2 = Q - Q + Q \Rightarrow D = \frac{Q}{4\pi r^2}, E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$
    - $(a \leq r \leq b)$

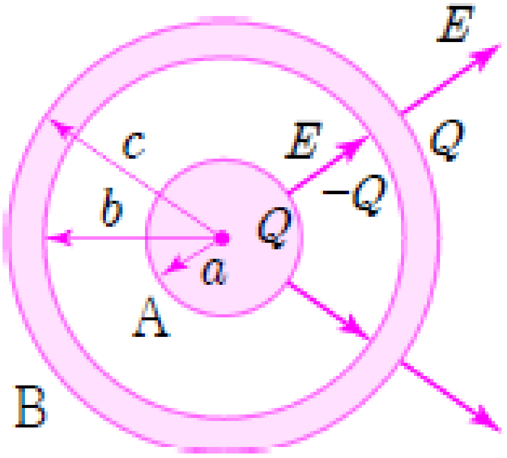
      $$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi r^2 = Q \Rightarrow D = \frac{Q}{4\pi r^2}, E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$
  - 전위 및 전위차
    - $V_c(r = c)$

      $$V_c = -\int_\infty^c E\, dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$

      $V_{ab}(a \leq r \leq b)$

      $$V_{ab} = -\int_b^a E\, dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$
    - 도체 A의 표면 $V_a(r = a)$

      $$V_a = V_c + \underbrace{V_{bc}}_{\text{도체 내부 : 0}} + V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c} + 0 + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$



(a)

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 동심 도체구
  - 도체 A에 전하 0, 도체 B의 전하 Q → 도체 B의 외측 표면에 Q 유도
  - 전계의 세기
    - $(r \geq c)$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi \mathrm{r}^2 = Q \;\Rightarrow\; D = \frac{Q}{4\pi r^2}, E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

    - $(a \leq r \leq b)$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi \mathrm{r}^2 = 0 \;\Rightarrow\; D = 0, E = 0$$

  - 전위 및 전위차
    - $V_c(r = c)$

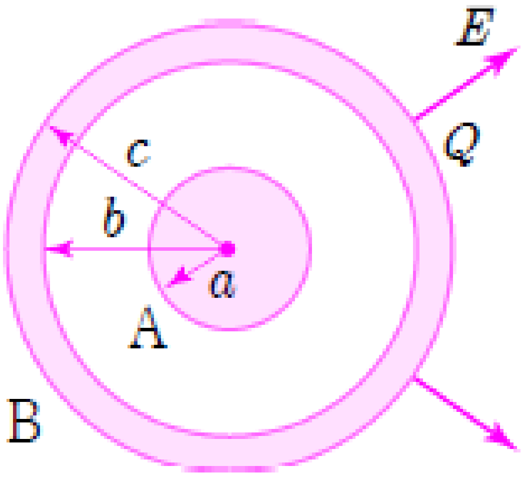
$$V_c = -\int_\infty^c E\,dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$

$V_{ab}(a \leq r \leq b)$

$$V_{ab} = 0$$

    - 도체 A의 표면 $V_a(r = a)$

$$V_a = V_c + V_{bc} + V_{ab} = V_c = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$



(b)

7. 전하분포에 따른 전계세기 및 전위

- 동심 도체구
  - 도체 A에 전하 Q, 도체 B의 전하 $-Q$ → 전계는 A, B사이에만 분포
  - 전계의 세기
    - $(r \geq c)$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi\mathrm{r}^2 = Q - Q = 0 \;\Rightarrow\; D = E = 0$$

    - $(a \leq r \leq b)$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot 4\pi\mathrm{r}^2 = Q \;\Rightarrow\; D = \frac{Q}{4\pi r^2}\,, E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

  - 전위 및 전위차
    - $V_c(r = c)$

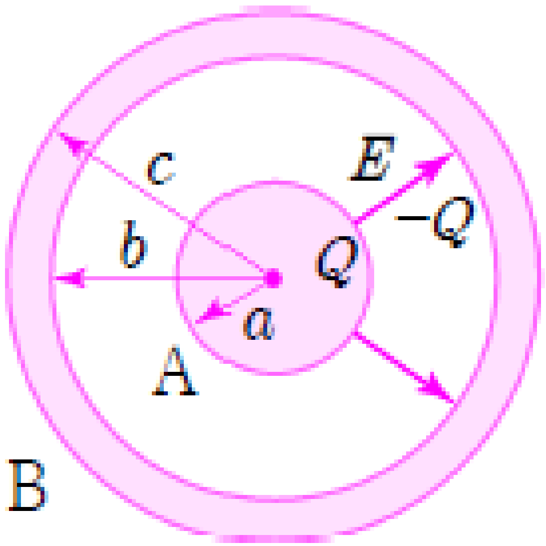
$$V_c = 0$$

$V_{ab}(a \leq r \leq b)$

$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

    - 도체 A의 표면 $V_a(r = a)$

$$V_a = V_c + V_{bc} + V_{ab} = V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$



(c)