

8장. 자기력 자성체와 인덕턴스

- 전하 → 전계 → 정지 또는 움직이는 전하에 힘을 작용
- 움직이는 전하(전류) → 자계 → 움직이는 전하에 힘을 작용

8.1 운동하는 전하에 작용하는 힘

- 전계 내에서 대전입자가 받는 힘(전기력)

$$\mathbf{F}_E = Q\mathbf{E} \text{ [N]} \quad \text{where, } Q \text{ C; 전하(대전입자)}$$

$$\mathbf{E} \text{ V/m; 전계의 세기}$$

- 자계 내에서 움직이는 대전입자가 받는 힘(자기력)

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \text{ [N]} \quad \text{where, } \mathbf{v} \text{ m/s; 전하의 이동속도}$$

$$\mathbf{B} \text{ [T]; 자속밀도}$$

- Lorentz 힘의 방정식

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

시간에 대한 변화율이 일정한 전계
직류전류

Ex 1) $Q = -40 \text{ nC}$

$$\mathbf{v} = 6 \times 10^6 (-0.48\mathbf{a}_x - 0.6\mathbf{a}_y + 0.64\mathbf{a}_z) \text{ m/s}$$

(a) $\mathbf{B} = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z \text{ mT}$

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$= -40 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^6 (-0.48\mathbf{a}_x - 0.6\mathbf{a}_y + 0.64\mathbf{a}_z) \times (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z) \times 10^{-3}$$

$$= -40 \times 10^{-6} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ -0.48 & -0.6 & 0.64 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= -240 \times 10^{-6} \{(-0.6 \times 5 + 3 \times 0.64)\mathbf{a}_x + (0.64 \times 2 + 0.48 \times 5)\mathbf{a}_y + (3 \times 0.48 + 0.6 \times 2)\mathbf{a}_z\}$$

$$= -240 \times 10^{-6} (-1.08\mathbf{a}_x + 3.68\mathbf{a}_y + 2.64\mathbf{a}_z)$$

$$\therefore F_B = 240 \times 10^{-6} \sqrt{1.08^2 + 3.68^2 + 2.64^2}$$

$$= 1117.4 \text{ } [\mu\text{N}]$$

(b) $\mathbf{E} = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$ [kV/m]

$$\mathbf{F}_E = Q\mathbf{E}$$

$$= -40 \times 10^{-9} \times (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z) \times 10^3$$

$$= -40 \times 10^{-6} \times (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z)$$

$$\therefore F_E = -40 \times 10^{-6} \sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} = -246.6 \text{ } [\mu\text{N}]$$

(c) $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

$$= \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

$$= -240 \times 10^{-6} (-1.08\mathbf{a}_x + 3.68\mathbf{a}_y + 2.64\mathbf{a}_z) - 40 \times 10^{-6} \times (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z)$$

$$= -40 \times 10^{-6} \{6(-1.08\mathbf{a}_x + 3.68\mathbf{a}_y + 2.64\mathbf{a}_z) + (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z)\}$$

$$= -40 \times 10^{-6} (-4.48\mathbf{a}_x + 19.08\mathbf{a}_y + 20.84\mathbf{a}_z)$$

$$\therefore F = -40 \times 10^{-6} \sqrt{4.48^2 + 19.08^2 + 20.84^2}$$

$$= -1144.3 \text{ } [\mu\text{N}]$$

8.2 미소 전류소에 작용하는 힘

- 자계내에서 움직이는 대전입자가 받는 힘(자기력)

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- 낙하하는 모래더미에 작용하는 중력 = Σ (모래알이 받는 힘)

- 전하가 불연속적으로 분포할 경우 $\mathbf{F} = \Sigma(d\mathbf{F})$

$$d\mathbf{F} = dQ\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$= \rho_v d\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \leftarrow Q = \rho_v v$$

$$= \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv \quad \leftarrow \rho_v \mathbf{v}$$

$$= I d\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad \leftarrow \mathbf{J} dv = \mathbf{K} dS = I d\mathbf{L}$$

$$\therefore \mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = \oint I d\mathbf{L} \times \mathbf{B} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$$

- 균일 자계내에 있는 직선도체가 받는 힘

$$\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad \text{또는} \quad F = BIL \sin\theta$$

(예제 8.1) y 축 위에 $I=15$ [A]의 무한전류선소가 있을 때, $z=0$ 평면 위의 2 [mA]가 흐르는 정사각형 루프가 받는 힘

$$\mathbf{F} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{a}_\rho = \frac{15}{2\pi x} \mathbf{a}_x \text{ [A/m]}$$

$$\therefore \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \frac{15}{2\pi x} \mathbf{a}_x$$

$$= \frac{3 \times 10^{-6}}{x} \mathbf{a}_x \text{ [T]}$$

$$\therefore \mathbf{F} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$$

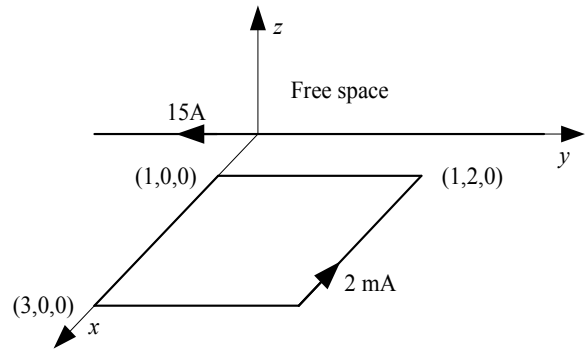
$$= -2 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-6} \left[\int_1^3 \frac{1}{x} \mathbf{a}_z \times dx \mathbf{a}_x + \int_0^2 \frac{1}{3} \mathbf{a}_z \times dy \mathbf{a}_y \right. \\ \left. + \int_3^1 \frac{1}{x} \mathbf{a}_z \times dx \mathbf{a}_x + \int_2^0 \frac{1}{1} \mathbf{a}_z \times dy \mathbf{a}_y \right]$$

$$= -6 \times 10^{-9} \left[\frac{1}{3} \int_0^2 \mathbf{a}_z \times dy \mathbf{a}_y + \int_2^0 \mathbf{a}_z \times dy \mathbf{a}_y \right]$$

$$= -6 \times 10^{-9} \left[\frac{1}{3} \int_0^2 dy (-\mathbf{a}_x) + \int_2^0 dy (-\mathbf{a}_x) \right]$$

$$= -6 \times 10^{-9} \left(-\frac{2}{3} + 2 \right) \mathbf{a}_x$$

$$= -8 \times 10^{-9} \mathbf{a}_x \text{ [N]} \quad \text{or} \quad -8 \mathbf{a}_x \text{ [nN]}$$



8.3 미소 전류소 사이에 작용하는 힘

I_1, I_2

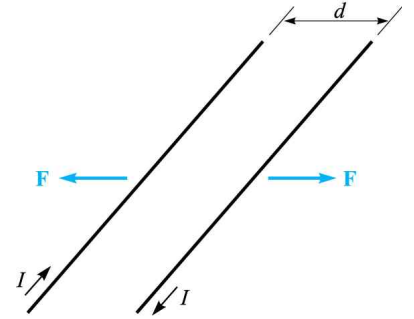
→ $H_1 = \frac{I_2}{2\pi\rho}$ (전류 I_1 이 흐르고 있는 지점에서의 자계의 세기)

$H_2 = \frac{I_1}{2\pi\rho}$ (전류 I_2 가 흐르고 있는 지점에서의 자계의 세기)

→ $B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0}{2\pi\rho} I_2$ (전류 I_1 이 흐르고 있는 지점에서의 자속밀도)

$B_2 = \mu_0 H_2 = \frac{\mu_0}{2\pi\rho} I_1$ (전류 I_2 가 흐르고 있는 지점에서의 자속밀도)

→ $F_1 = I_1 L_1 \times B_1, F_2 = I_2 L_2 \times B_2$



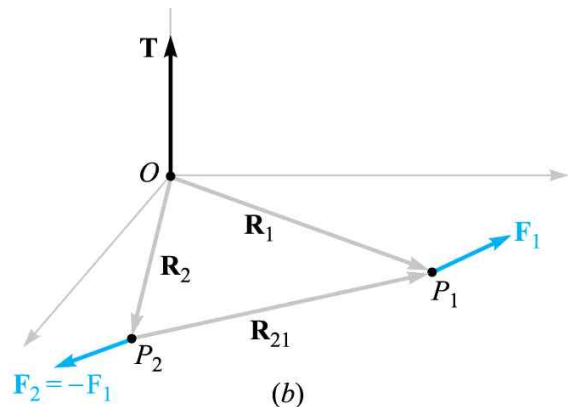
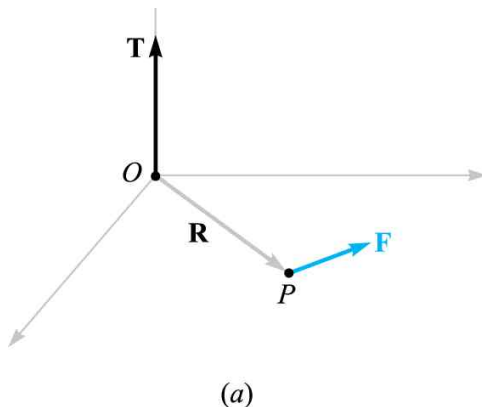
8.4 폐회로에 작용하는 힘과 회전력

• 균일 자계내의 폐회로가 받는 힘

$$F = -I \oint B \times dL$$

$$= -B \times \oint dL = 0$$

• 회전력; $T_1 = R_{12} \times F_2$



• 균일 자계내에서의 평면루프에 작용하는 회전력

$$T = IS \times B$$

8.5 자성체의 성질

- 강자성체(ferromagnetic material) & 상자성체(paramagnetic material)
- 등방성(isotropic) & 이방성(anisotropic)

8.6 자화 및 투자율

- 자화(magnetization); 자계가 물질에 작용했을 때 물질 내부에서 반응하는 정도

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad [\text{A/m}]$$

여기서, χ_m ; 자화율(magnetic susceptibility)

- 비투자율(relative permeability)

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

$$= \mu_0 (\mathbf{H} + \chi_m \mathbf{H})$$

$$= \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H}$$

$$= \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

$$= \mu \mathbf{H}$$

여기서, μ_r ; 비투자율(relative permeability)

μ ; 투자율

Ex) $\mu_r = 50$ 인 페라이트에서 $B = 0.05$ [T]일 때 자화 $M = ?$

$$\begin{aligned} B = \mu H & \qquad \rightarrow \qquad H = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B \\ = \mu_0 \mu_r H & \qquad \qquad \qquad = \frac{1}{50 \times 4\pi \times 10^{-7}} \times 0.05 \\ & \qquad \qquad \qquad = 796 \text{ [A/m]} \end{aligned}$$

$$B = \mu_0 (H + M)$$

$$\begin{aligned} \therefore M &= \frac{B}{\mu_0} - H \\ &= \frac{0.05}{4\pi \times 10^{-7}} - 796 = 38992 \text{ [A/m]} \end{aligned}$$

8.8 자기회로

- 전기회로 ↔ 자기회로

기전력	기자력
electromotive force	magnetomotive force
emf	mmf
V [V]	$V_{m,source} = NI$ [A · t]
$V = IR$	$V_m = \Phi \mathfrak{R}$
I [A]	Φ [Wb]
$R = \frac{d}{\sigma S}$ [Ω]	$\mathfrak{R} = \frac{d}{\mu S}$ [A·t/Wb] (리럭턴스)

Ex 1) $N=500$, $S=6[\text{cm}^2]$, $\rho_0 = 15[\text{cm}]$, $I=4[\text{A}]$ 인 토로이드 내부의 $H=?$

- i) Ampere의 주회법칙을 이용하여

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = NI$$

$$H_\phi \cdot 2\pi\rho_0 = NI$$

$$H_\phi = \frac{NI}{2\pi\rho_0} = \frac{500 \times 4}{6.28 \times 0.15} = 2120 \text{ [A/m]}$$

- ii) 자기회로를 이용하여

$$V_{m,source} = NI = 500 \times 4 \text{ [A · t]}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{d}{\mu S} = \frac{2\pi \times 0.15}{4\pi \times 10^{-7} \times 6 \times 10^{-4}}$$

$$\Phi = \frac{V_{m,source}}{\mathfrak{R}} = \frac{2000}{1.25 \times 10^9} = 1.6 \times 10^{-6} \text{ [Wb]}$$

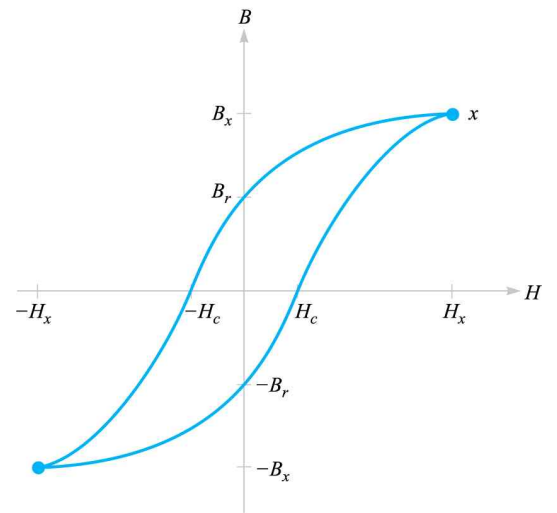
$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1.6 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-4}} = 2.67 \times 10^{-3} \text{ [T]}$$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{2.67 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}} = 2120 \text{ [A · t/m]}$$

- 자기이력곡선(magnetic hysteresis loop);

B_r ; 잔류자속밀도

H_c ; 보자력(coercive force)



Ex 2) $N=500$, $S=6[\text{cm}^2]$, $\rho_0=15[\text{cm}]$,
 $l_{air}=2[\text{mm}]$, 공극을 제외한 내부가 실리콘강
인 토로이드에서 철심에서의 자속밀도를
 $1[\text{T}]$ 로 하기 위한 전류의 크기?

$$NI = V_{m,source} = V_{m,steel} + V_{m,air}$$

$$= \Phi \mathfrak{R}_{steel} + \Phi \mathfrak{R}_{air}$$

$$\Phi = BS = 1 (6 \times 10^{-4}) = 6 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

$$\mathfrak{R}_{steel} = \frac{d_{steel}}{\mu_{steel} S_{steel}} = \frac{2\pi \times 0.15}{\frac{1}{200} \times (6 \times 10^{-4})} = 0.314 \times 10^6 [\text{A} \cdot \text{t/Wb}]$$

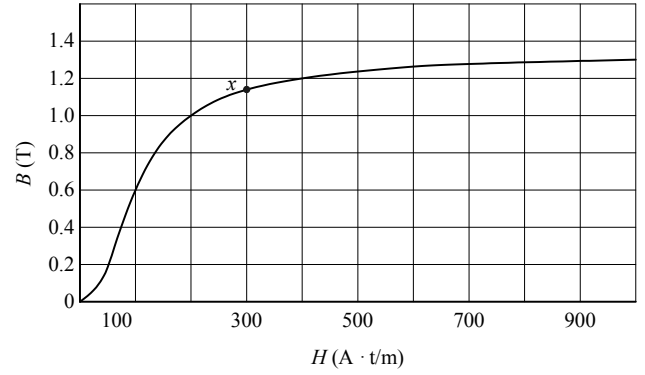
$$\left(\mu_{steel} = \frac{B_{steel}}{H_{steel}} = \frac{1}{200} \right)$$

$$\mathfrak{R}_{air} = \frac{d_{air}}{\mu_{air} S_{air}} = \frac{2 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7}) \times (6 \times 10^{-4})} = 2.65 \times 10^6 [\text{A} \cdot \text{t/Wb}]$$

$$\therefore I = \frac{V_{m,source}}{N} = \frac{\Phi \mathfrak{R}_{steel} + \Phi \mathfrak{R}_{air}}{N}$$

$$= \frac{6 \times 10^{-4}}{500} (0.314 + 2.65) \times 10^6$$

$$= 3.557 [\text{A}]$$



Ex 3) $N=500$, $S=6[\text{cm}^2]$, $\rho_0=15[\text{cm}]$, $l_{air}=2[\text{mm}]$, $I=4[\text{A}]$, 공극을 제외한 내부가 실리콘
강 (269쪽 그림 8.11)인 토로이드에서 철심에서의 자속밀도 $B=?$

$$NI = V_{m,source} = V_{m,steel} + V_{m,air}$$

$$= \Phi \mathfrak{R}_{steel} + \Phi \mathfrak{R}_{air}$$

$$\Phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}_{steel} + \mathfrak{R}_{air}} = \frac{500 \times 4}{(0.314 + 2.65) \times 10^6}$$

$$= 6.75 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

$$\therefore B_{steel} = \frac{\Phi}{S} = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}} = 1.125 [\text{T}]$$

8.9 자성체에서의 포텐셜에너지와 힘

• 전계 내의 에너지 : $W_E = \frac{1}{2} \int_{vol} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dv$

• 자계 내의 에너지 : $W_B = \frac{1}{2} \int_{vol} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv$

$$\begin{aligned} W_B &= \frac{1}{2} \int_{vol} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv \\ &= \frac{1}{2} \int_{vol} \mu H^2 dv \\ &= \frac{1}{2} \int_{vol} \frac{B^2}{\mu} dv \end{aligned}$$

8.10 인덕턴스와 상호인덕턴스

- 인덕턴스 : 쇠교자속과 전류의 비

$$L = N \frac{\Phi}{I} \quad [\text{H}]$$

- 솔레노이드의 경우 (권선수 N , 전류 I , 길이 d , 단면적 S)

$$H = \frac{NI}{d}, \quad B = \mu H, \quad L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{N}{I} \cdot \frac{\mu NIS}{d} = \frac{\mu N^2 S}{d}$$