삼각함수 공식(43개) 학습하기 (1/2)

1. 공식1 (공식01~13)

① [공식 1] $\pi[rad] = (\qquad\qquad)^{\circ}$

② [공식 2]『부채꼴의 호의 길이』구하는 공식

③ [공식 3]『부채꼴의 면적』구하는 공식

④ [공식 4~6] 제곱관계 공식(3개)

⑤ [공식 7] $90^{\circ} \times n \pm \theta$ 변환하기 (30개)

⑥ [공식 8~10] 삼각함수 graph (3개) 그리기

⑦ [공식 11]『사인법칙』을 설명하시오.

⑧ [공식 12]『코사인 제1법칙』을 설명하시오.

⑨ [공식 13]『코사인 제2법칙』을 설명하시오.

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

삼각함수 공식(43개) 학습하기 (2/2)

2. 공식2 (공식14~43)

① [공식 14~19] 덧셈정리 공식 (6개)
② [공식 20~24] 2배각 공식 (5개=3개+2개)
③ [공식 25~27] 반각 공식 (3개)
④ [공식 28~30] 3배각 공식 (3개)
⑤ [공식 31~34] 곱을 합,차로 변환공식 (4개)
⑥ [공식 35~38] 합,차를 곱으로 변환공식 (4개)
⑦ [공식 39~40] 합성공식 (2개)
⑧ [공식 41~43] 역삼각함수 graph (3개)

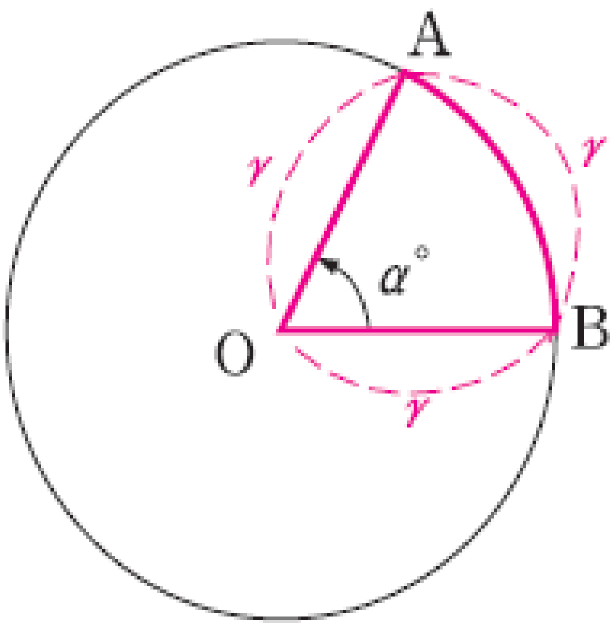
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 01_1] 『호도법』이 무엇인지 설명하시오.

$\mathbf{1}[\boldsymbol{rad}]$을 기본단위로 하는 각도체계, 또는 각도시스템

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 01_2] 『$1[rad]$』을 정의하시오.



$$1 : 360^\circ = r : 2\pi r$$

$$1 = \frac{360^\circ r}{2\pi r} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\boxed{\pi\,[rad] = 180^\circ}$$

$$1\,[rad] = \frac{180^\circ}{\pi} \fallingdotseq 57^\circ 17' 45''$$

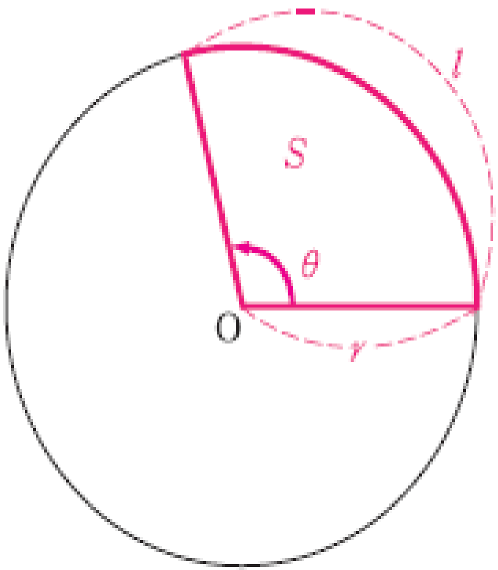
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 01_3] 『$\pi[rad] = (\qquad)^\circ$』

$$\pi[rad] = 180^\circ$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 02] 『부채꼴의 호의 길이』 구하는 공식

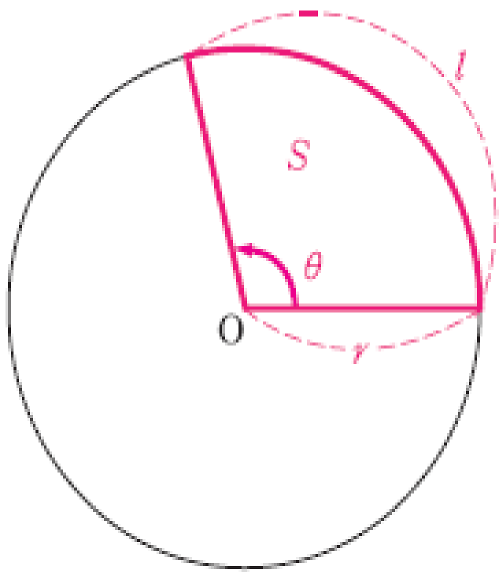


$$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$$

$$l = r\theta$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 03] 『부채꼴의 면적』 구하는 공식



$$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$$

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} r l$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

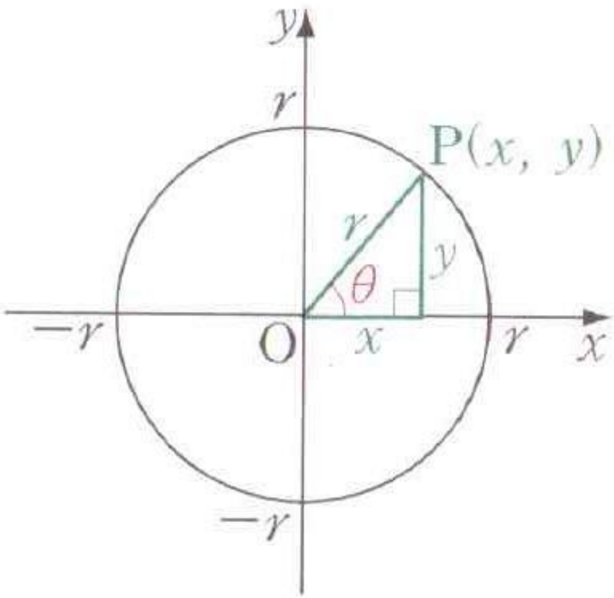
[공식 04~06] 제곱관계 공식(3개) 을 쓰시오.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$

[공식 04~06] 제곱관계 공식(3개) 을 유도하시오. [1/3]



$$\sin\theta = \frac{y}{r} \quad \Rightarrow \quad y = r\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad \Rightarrow \quad x = r\cos\theta$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

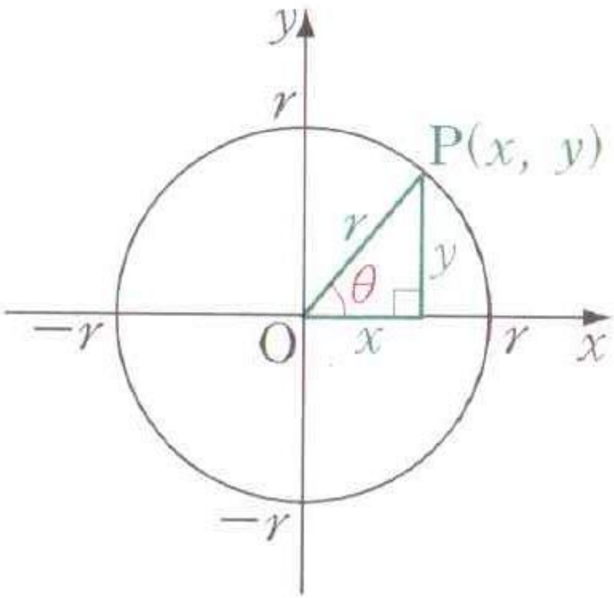
$$(r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta)^2 = r^2$$

$$r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$\therefore \ \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 04~06] 제곱관계 공식(3개) 을 유도하시오. (2/3)



$$1 + \tan^2\theta = 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2}$$

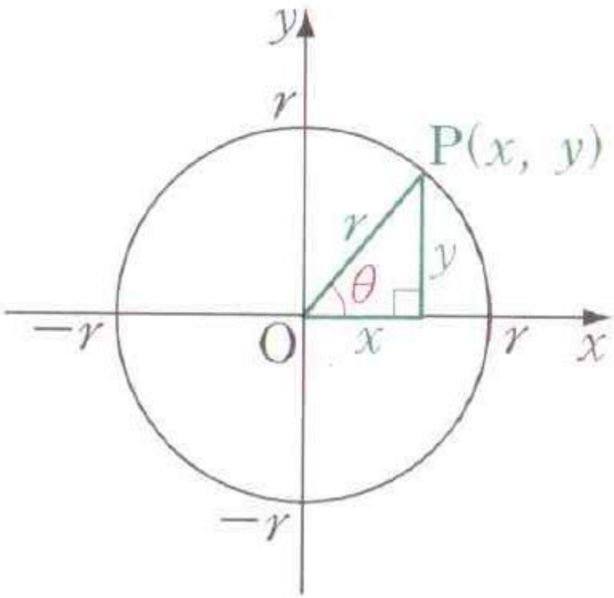
$$= \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2$$

$$= \sec^2\theta$$

[공식 04~06] 제곱관계 공식(3개) 을 유도하시오. [3/3]



$$1 + cot^2\theta = 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{y^2}$$

$$= \frac{1}{y^2}$$

$$= \left(\frac{1}{y}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sin\theta}\right)^2$$

$$= cosec^2\,\theta$$

[공식 07_1] $90^\circ \times n \pm \theta$ 변환하기 [30개]

[삼각함수공식 07]

SIN 함수	COS 함수	TAN 함수
$\sin(-\theta) =$	$\cos(-\theta) =$	$\tan(-\theta) =$
$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta) =$	$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) =$	$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta) =$
$\sin(\pi-\theta) =$	$\cos(\pi-\theta) =$	$\tan(\pi-\theta) =$
$\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta) =$	$\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta) =$	$\tan(\frac{3\pi}{2}-\theta) =$
$\sin(2\pi-\theta) =$	$\cos(2\pi-\theta) =$	$\tan(2\pi-\theta) =$
$\sin(+\theta) =$	$\cos(+\theta) =$	$\tan(+\theta) =$
$\sin(\frac{\pi}{2}+\theta) =$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta) =$	$\tan(\frac{\pi}{2}+\theta) =$
$\sin(\pi+\theta) =$	$\cos(\pi+\theta) =$	$\tan(\pi+\theta) =$
$\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta) =$	$\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta) =$	$\tan(\frac{3\pi}{2}+\theta) =$
$\sin(2\pi+\theta) =$	$\cos(2\pi+\theta) =$	$\tan(2\pi+\theta) =$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 07_2] $90^\circ \times n \pm \theta$ 변환하기 [30개]

[삼각함수공식 07]

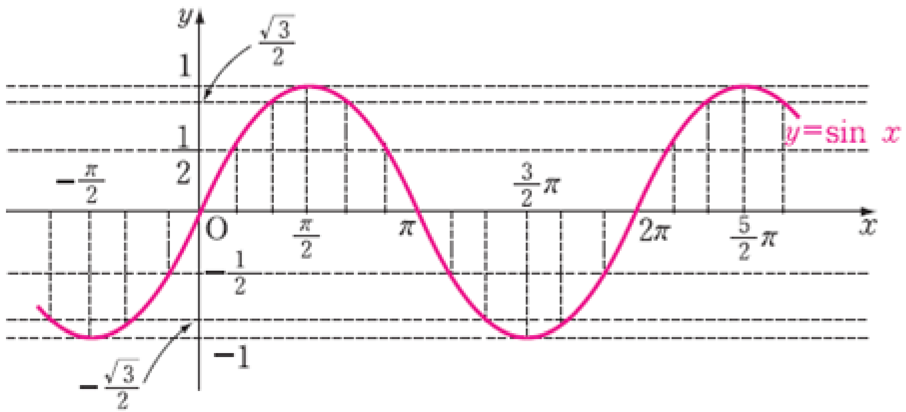
SIN 함수	COS 함수	TAN 함수
$\sin(-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 0-\theta)=$	$\cos(-\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 0-\theta)=$	$\tan(-\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 0-\theta)=$
$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 1-\theta)=$	$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 1-\theta)=$	$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 1-\theta)=$
$\sin(\pi-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 2-\theta)=$	$\cos(\pi-\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 2-\theta)=$	$\tan(\pi-\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 2-\theta)=$
$\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 3-\theta)=$	$\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 3-\theta)=$	$\tan(\frac{3\pi}{2}-\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 3-\theta)=$
$\sin(2\pi-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 4-\theta)=$	$\cos(2\pi-\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 4-\theta)=$	$\tan(2\pi-\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 4-\theta)=$
$\sin(+\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 0+\theta)=$	$\cos(+\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 0+\theta)=$	$\tan(+\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 0+\theta)=$
$\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 1+\theta)=$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 1+\theta)=$	$\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 1+\theta)=$
$\sin(\pi+\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 2+\theta)=$	$\cos(\pi+\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 2+\theta)=$	$\tan(\pi+\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 2+\theta)=$
$\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 3+\theta)=$	$\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 3+\theta)=$	$\tan(\frac{3\pi}{2}+\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 3+\theta)=$
$\sin(2\pi+\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}\cdot 4+\theta)=$	$\cos(2\pi+\theta)=\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 4+\theta)=$	$\tan(2\pi+\theta)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot 4+\theta)=$

[공식 07_3] $90^\circ \times n \pm \theta$ 변환하기 [30개]

[삼각함수공식 07]

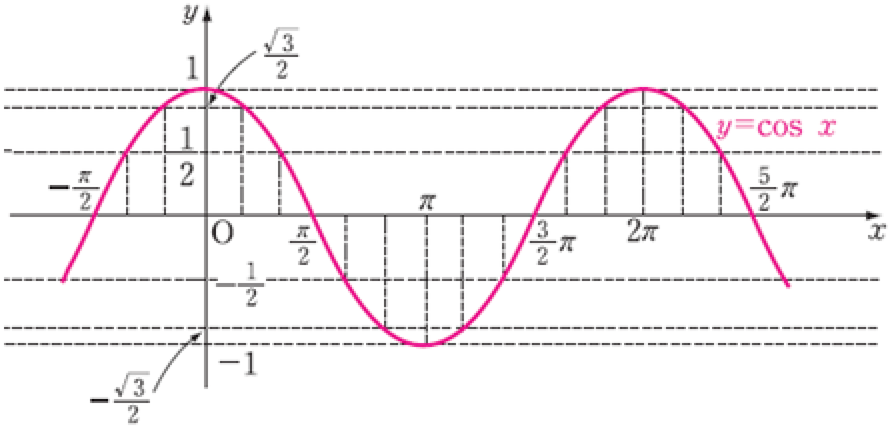
SIN 함수	COS 함수	TAN 함수
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta) = \cos\theta$	$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) = \sin\theta$	$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta) = \cot\theta$
$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$	$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$	$\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$
$\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta) = -\cos\theta$	$\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta) = -\sin\theta$	$\tan(\frac{3\pi}{2}-\theta) = \cot\theta$
$\sin(2\pi-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(2\pi-\theta) = \cos\theta$	$\tan(2\pi-\theta) = -\tan\theta$
$\sin(+\theta) = \sin\theta$	$\cos(+\theta) = \cos\theta$	$\tan(+\theta) = \tan\theta$
$\sin(\frac{\pi}{2}+\theta) = \cos\theta$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta) = -\sin\theta$	$\tan(\frac{\pi}{2}+\theta) = -\cot\theta$
$\sin(\pi+\theta) = -\sin\theta$	$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta$	$\tan(\pi+\theta) = \tan\theta$
$\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta) = -\cos\theta$	$\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta) = \sin\theta$	$\tan(\frac{3\pi}{2}+\theta) = -\cot\theta$
$\sin(2\pi+\theta) = \sin\theta$	$\cos(2\pi+\theta) = \cos\theta$	$\tan(2\pi+\theta) = \tan\theta$

[공식 08~10] 삼각함수 Graph 1 : sine graph



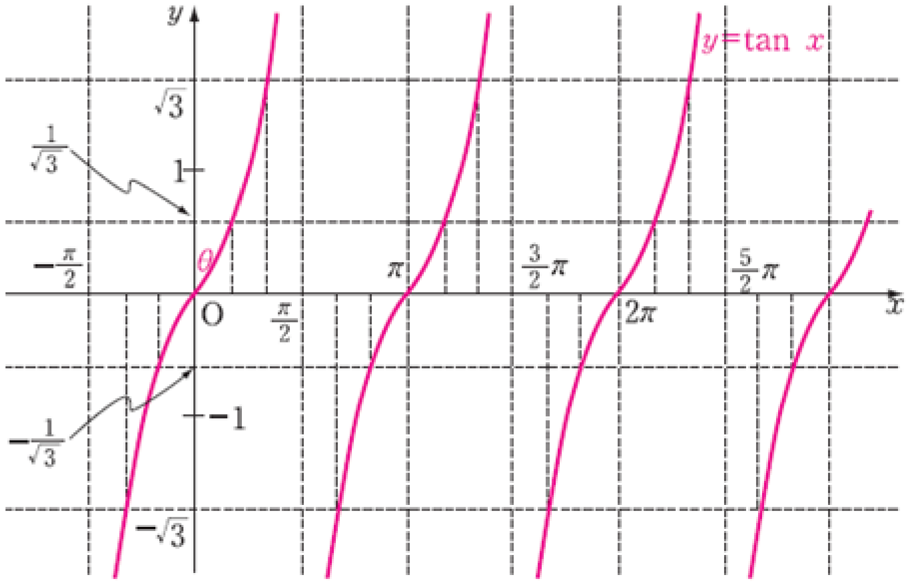
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 08~10] 삼각함수 Graph 2 : cosine graph



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

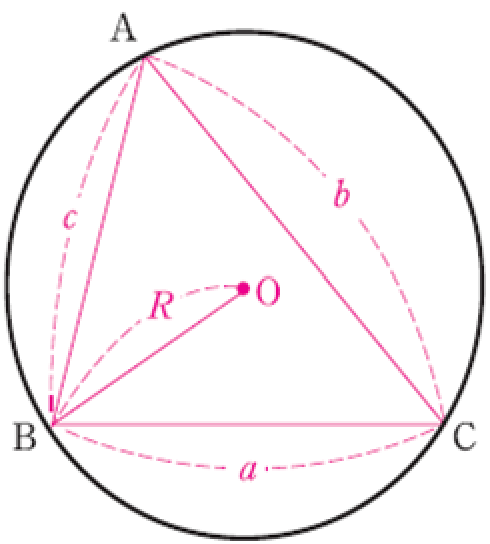
[공식 08~10] 삼각함수 Graph 3 : tangent graph



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 11] 『사인법칙』을 설명하시오.

아래의 그림과 같이, 삼각형△ABC에서 외접원의 반지름을 R, 대변의 길이를 a, b, c라고 할 때, 세 각 A, B, C과 세 변 a, b, c, 그리고 R 사이에 아래의 식이 성립한다. 이를 **사인법칙**이라고 한다.

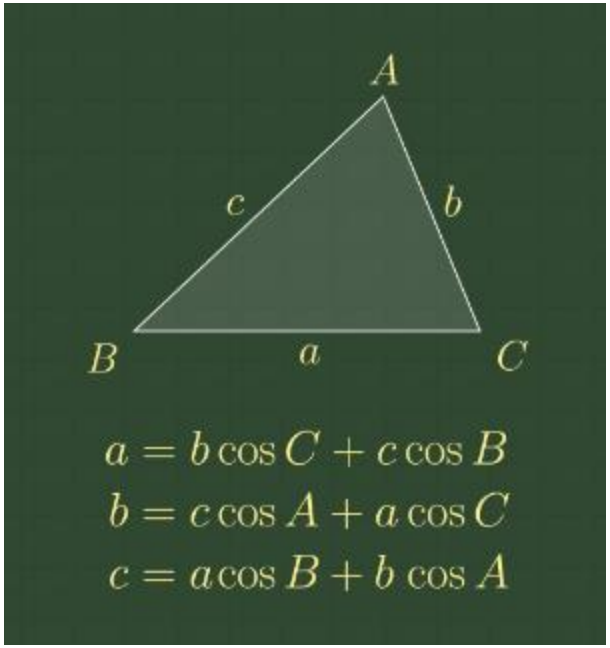


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

[공식 12] 『코사인 제1법칙』을 설명하시오.

코사인 제1법칙은 "삼각형의 변의 길이를 구하는 법칙"이다.

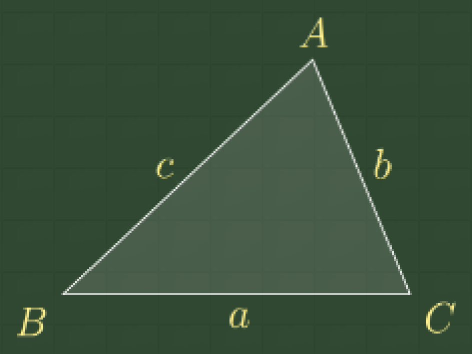
코사인 제1법칙은 한변의 길이를 구하는 데에, 나머지 두 변의 길이와 두 변의 대각의 크기를 사용하여 구한다.



[공식 13] 『코사인 제2법칙』을 설명하시오.

코사인 제2법칙은 "삼각형의 변의 길이를 구하는 법칙"이다.

코사인 제2법칙은 한 변의 길이를 구하는 데에, 나머지 두 변의 길이와 구하려고 하는 변의 대각의 사용하여 구한다. 그리고 코사인제2법칙은 한변의 길이의 제곱값을 구하게 된다.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

[공식 14~19] 『덧셈정리공식(6개)』를 쓰시오.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta \quad \cdots ①$$

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta \quad \cdots ②$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \quad \cdots ③$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta \quad \cdots ④$$

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \quad \cdots ⑤$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} \quad \cdots ⑥$$

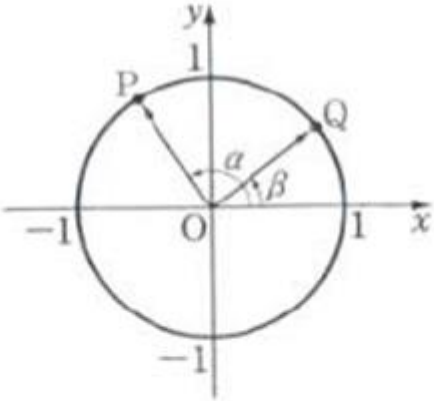
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 14~19] 『덧셈정리 4번, 3번공식』 유도 (1)

오른쪽 그림과 같이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 α, β인 두 동경이 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원과 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 두 점의 좌표는

$$P(\cos\alpha, \sin\alpha), \quad Q(\cos\beta, \sin\beta)$$

이다.



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 14~19] 『덧셈정리 4번, 3번공식』 유도 (2)

두 점 사이의 거리를 구하는 공식으로부터

$$\overline{PQ}^2=(\cos\beta-\cos\alpha)^2+(\sin\beta-\sin\alpha)^2$$
$$=(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)+(\cos^2\beta+\sin^2\beta)-2(\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha)$$
$$=2-2(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta) \quad \cdots\cdots ①$$

한편 $\overline{OP}=\overline{OQ}=1$, $\angle POQ=\alpha-\beta$이므로 제이 코사인법칙으로부터

$$\overline{PQ}^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos(\alpha-\beta)=2-2\cos(\alpha-\beta) \quad \cdots\cdots ②$$

따라서 ①, ②에서

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

이 식의 β에 $-\beta$를 대입하면 $\cos(-\beta)=\cos\beta$, $\sin(-\beta)=-\sin\beta$이므로

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots ③$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 14~19] 『덧셈정리 1번, 2번공식』 유도

이 식으로부터 공식 (1)은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$\sin\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ 이므로

$$\sin(\alpha+\beta)=\cos\left\{\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right\}=\cos\left\{\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right\}$$
$$=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\beta+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$$
$$=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

곧, $\boldsymbol{\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}$ ······④

또, 이 식의 β에 $-\beta$를 대입하고 정리하면

$$\boldsymbol{\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 14~19] 『덧셈정리 5번, 6번공식』 유도

⑤, ⑥에서 공식 (3)은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$$

분자, 분모를 $\cos\alpha\cos\beta$로 나누면

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

또, $\tan(-\beta)=-\tan\beta$이므로 위의 식의 β에 $-\beta$를 대입하고 정리하면

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

[공식 20~24] 『2배각 공식 (5개=3개+2개)』을 쓰시오.

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

[공식 20~24] 『2배각 공식 유도』 (1)

삼각함수의 덧셈정리(식(1),(3),(5))에서 양변에 β 대신에 α를 대입하면,

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad (1)$$

$$\sin(\alpha+\alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$$

$$\therefore \ \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad (7)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 20~24] 『2배각 공식 유도 』 (2)

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad (3)$$

$$\cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$$

$$\therefore\ \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad (8)$$

[공식 20~24] 『2배각 공식 유도 』 (3)

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \tag{5}$$

$$\tan(\alpha+\alpha) = \frac{\tan\alpha + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha\tan\alpha}$$

$$\therefore\ \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \tag{9}$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

(식(8)의 추가사항)

식(8)에, 제곱관계($\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$)를 적용하면,

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \quad (8)$$

$$= (1 - \sin^2\alpha) - \sin^2\alpha$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha \quad (8\text{-}1)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \quad (8)$$

$$= \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha)$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1 \quad (8\text{-}2)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 25~27] 『3배각 공식(3개)』을 쓰시오.

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$$

[공식 25~27] 『3배각 공식』 유도 (1)

$$\begin{aligned}
\sin 3\alpha &= \sin(\alpha + 2\alpha) \\
&= \sin\alpha \cos 2\alpha + \cos\alpha \sin 2\alpha \\
&= \sin\alpha (1 - 2\sin^2\alpha) + \cos\alpha (2\sin\alpha\cos\alpha) \\
&= \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cos^2\alpha \\
&= \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha) \\
&= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha
\end{aligned}$$

[공식 25~27] 『3배각 공식』 유도 (2)

$$
\begin{aligned}
\cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\
&= \cos\alpha \cos 2\alpha - \sin\alpha \sin 2\alpha \\
&= \cos\alpha\,(2\cos^2\alpha - 1) - 2\sin^2\alpha \cos\alpha \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2(1 - \cos^2\alpha)\cos\alpha \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - \{2\cos\alpha - 2\cos^3\alpha\} \\
&= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha
\end{aligned}
$$

[공식 25~27] 『3배각 공식』 유도 (3)

$$\tan 3\alpha = \tan(2\alpha + \alpha)$$

$$= \frac{\tan 2\alpha + \tan\alpha}{1 - \tan 2\alpha \tan\alpha}$$

$$= \frac{\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} + \tan\alpha}{1 - \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\tan\alpha} = \frac{\dfrac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-\tan^2\alpha}}{1 - \dfrac{2\tan^2\alpha}{1-\tan^2\alpha}}$$

$$= \frac{\dfrac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-\tan^2\alpha}}{\dfrac{1-3\tan^2\alpha}{1-\tan^2\alpha}}$$

$$= \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 28~30] 『반각공식(3개)』을 쓰시오.

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$\tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

[공식 28~30] 『반각공식(3개)』 유도 (1)

배각의 공식(식(8-1),(8-2))에서,

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \qquad (8\text{-}1)$$

$$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$\alpha \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2}$ 를 대입하면,

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} \qquad (10)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 28~30] 『반각공식(3개)』 유도 (2)

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad (8\text{-}2)$$

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$\alpha \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2}$ 를 대입하면,

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2} \qquad (11)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 28~30] 『반각공식(3개)』 유도 (3)

식(10), (11)을 이용하여,

$$\tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1-\cos\alpha}{2}}{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} \qquad (12)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 31~34] 『곱을 합,차로 변환공식(4개)』을 쓰시오.

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$$

[공식 31~34] 『곱을 합,차로 변환공식(4개)』 유도 (1)

삼각함수의 덧셈정리(식(1),(2))를 이용하여,

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad (1)$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \qquad (2)$$

식(1),(2)를 양변을 변변 더하면,

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$$

$$\therefore \ \sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\} \qquad (13)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 31~34] 『곱을 합,차로 변환공식(4개)』 유도 (2)

삼각함수의 덧셈정리(식(1),(2))를 이용하여,

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad (1)$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \qquad (2)$$

식(1),(2)를 양변을 변변 빼면,

$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\sin\beta$$

$$\therefore\ \cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\} \qquad (14)$$

[공식 31~34] 『곱을 합,차로 변환공식(4개)』 유도 (3)

삼각함수의 덧셈정리(식(3),(4))를 이용하여,

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad (3)$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \qquad (4)$$

식(3),(4)를 양변을 변변 더하면,

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$$

$$\therefore\ \cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\} \qquad (15)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 31~34] 『곱을 합,차로 변환공식(4개)』 유도 (4)

삼각함수의 덧셈정리(식(3),(4))를 이용하여,

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad (3)$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \qquad (4)$$

식(3),(4)를 양변을 변변 빼면,

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -2\sin\alpha\sin\beta$$

$$\therefore\ \sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\} \qquad (16)$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 35~38] 『합,차를 곱으로 변환공식(4개)』 을 쓰시오.

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2},$$

$$\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2},$$

$$\cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University

[공식 35~38] 『합,차를 곱으로 변환공식(4개)』 유도 (1,2)

앞의 식(13)에서,

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\} \qquad (13)$$

$\alpha+\beta=A,\ \alpha-\beta=B$ 로 치환하면, (13-1)

$\alpha = \dfrac{A+B}{2},\ \beta = \dfrac{A-B}{2}$ 가 된다. (13-2)

$$\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$$

$$\therefore\ \sin A+\sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} \qquad (17)$$

식(13-1),(13-2)를 식(14)에 대입하면,

$$\therefore\ \sin A-\sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2} \qquad (18)$$

[공식 35~38] 『합,차를 곱으로 변환공식(4개)』 유도 (3,4)

앞의 식(15)에서,

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\} \tag{15}$$

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$$

$$\therefore\ \cos A+\cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} \tag{19}$$

식(13-1),(13-2)를 식(16)에 대입하면,

$$\therefore\ \cos A-\cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2} \tag{20}$$

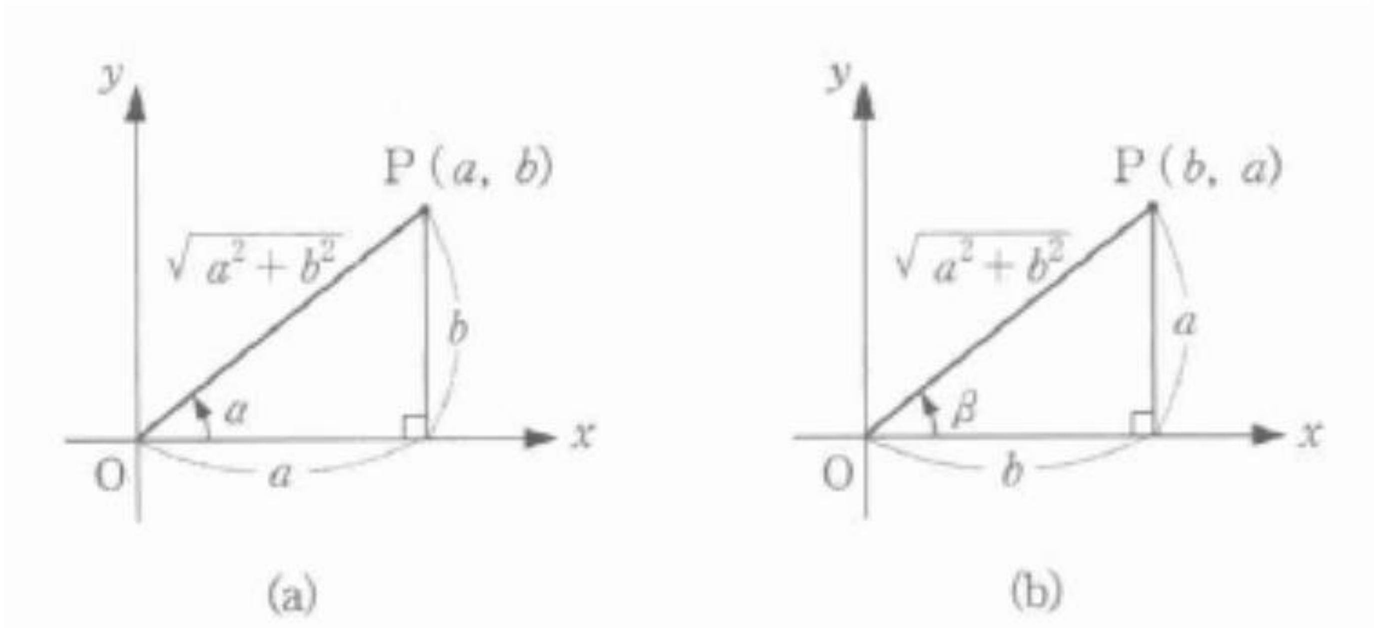
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 39~40] 『삼각함수 합성공식(2개)』 을 쓰시오.

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\theta+\alpha) \quad \text{단, } \alpha = \tan^{-1}\frac{b}{a}$$

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\,\cos(\theta-\beta) \quad \text{단, } \beta = \tan^{-1}\frac{a}{b}$$

[공식 39~40] 『삼각함수 합성공식(2개)』 유도 (1)



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 39~40] 『삼각함수 합성공식(2개)』 유도 (2)

그림(a)에서,

$$\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} a\sin\theta + b\cos\theta &= \sqrt{a^2+b^2}\left(\sin\theta \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} + \cos\theta \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\left(\sin\theta \cdot \cos\alpha + \cos\theta \cdot \sin\alpha\right) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha) \qquad (1) \end{aligned}$$

Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 39~40] 『삼각함수 합성공식(2개)』 유도 (3)

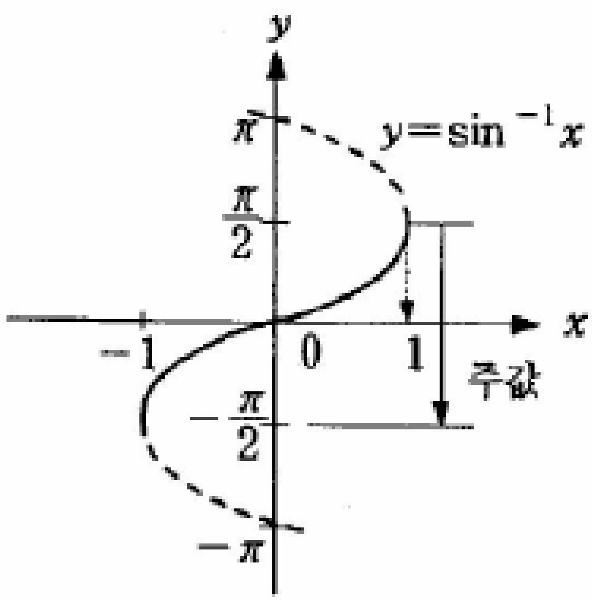
그림(b)에서,

$$\sin\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \qquad \cos\beta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} a\sin\theta + b\cos\theta &= \sqrt{a^2+b^2}\left(\sin\theta \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} + \cos\theta \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\,(\sin\theta \cdot \sin\beta + \cos\theta \cdot \cos\beta) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\alpha) \qquad (2) \end{aligned}$$

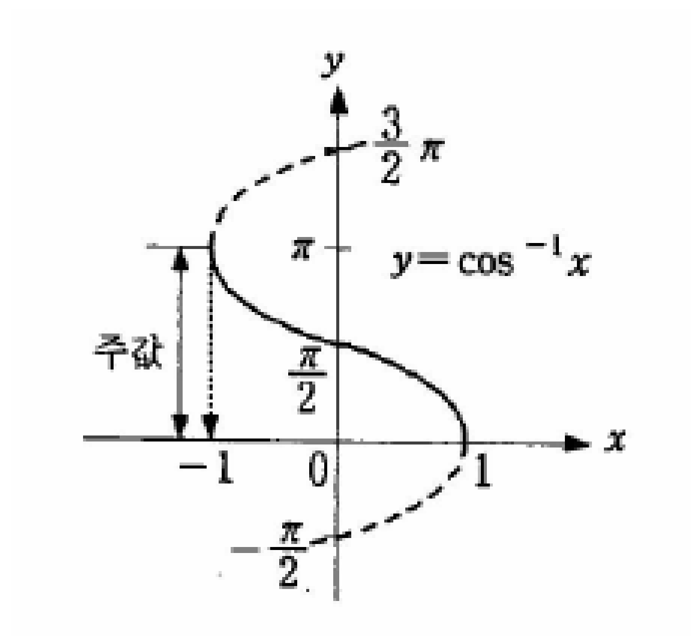
Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 41~43] 『역삼각함수 Graph』를 그리시오. (1/3)



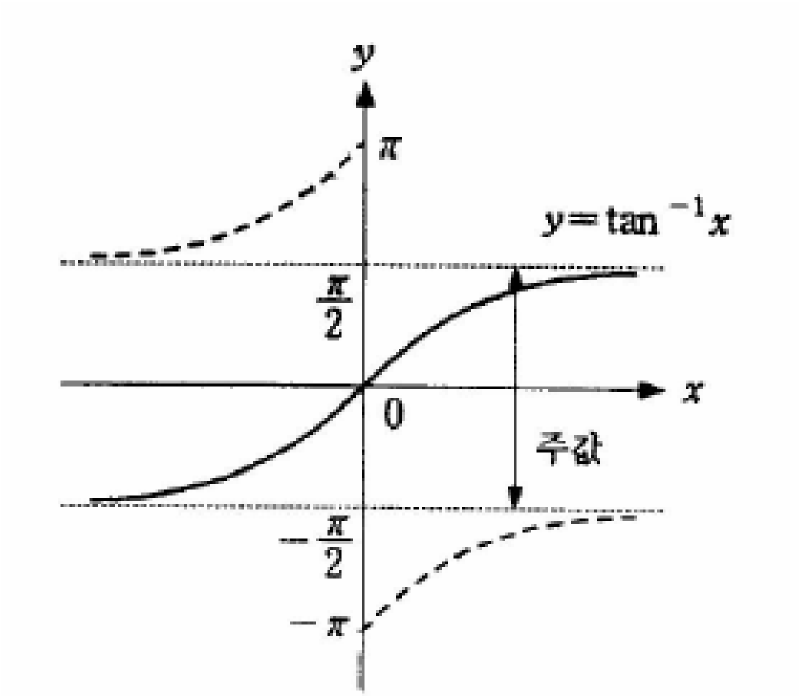
***Prof. Ihn-Seok Ahn**, Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 40~42] 『역삼각함수 Graph』를 그리시오. (2/3)



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*

[공식 40~42] 『역삼각함수 Graph』를 그리시오. (3/3)



Prof. Ihn-Seok Ahn, *Div. of Energy & Electrical Eng., Uiduk University*