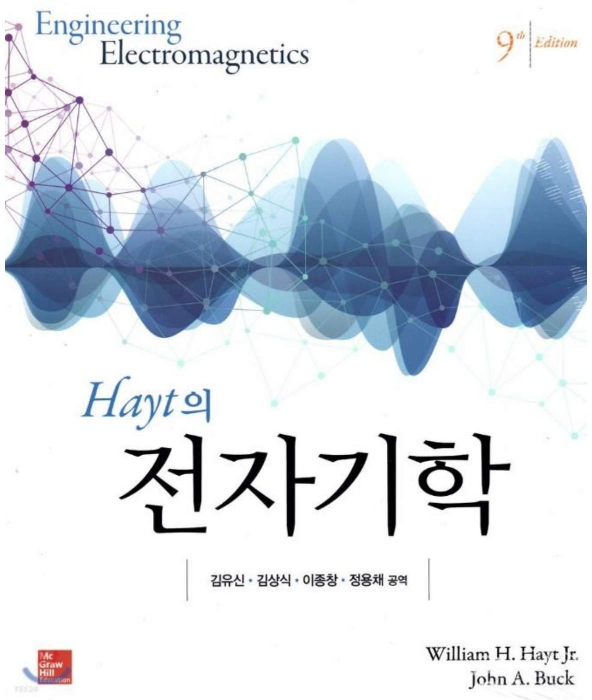
전기자기학 I

(강의자료 #5)



교과목명 : 전기자기학 I

담당교수 : 이 수 형

E-mail : soohyong@uu.ac.kr

교재명 : Hayt의 전자기학

Ch. 5. 도체 및 유전체

Hayt의

전자기학

CH. 5 : 도체 및 유전체

- 목적 : 전류 및 전류밀도를 정의하고, 엔지니어들이 취급해야 할 재료들에 관해서 고찰한다.

5.1 전류 및 전류밀도

- 5.1 전류 및 전류밀도
  - 전류(I, current); 1초 동안의 시간에 통과하는 전하의 양

$$\rightarrow I = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{ampere, A}]$$

  - 전류밀도($\mathbf{J}$; current density); 단위면적을 지나는 전류의 양

$$\mathbf{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S} \quad [ampere/m^2], [A/m^2]$$

$$\Delta I = \mathbf{J} \cdot \Delta S$$

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

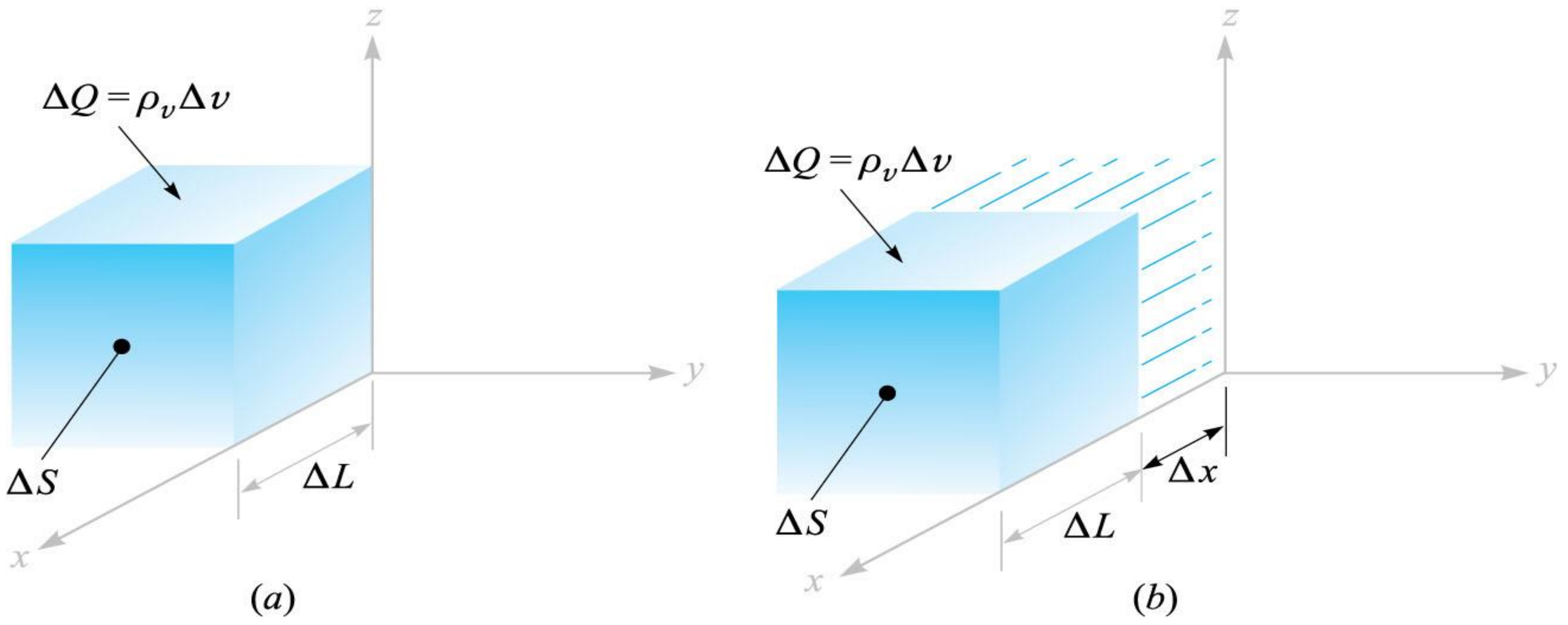
5.1 전류 및 전류밀도

➢ 전류밀도(**J**)와 체적전하밀도(ρ_v)의 관계

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\rho_v \Delta v}{\Delta t} = \rho_v \frac{\Delta S \Delta x}{\Delta t} = \rho_v \Delta S v_L = \rho_v v_L \Delta S$$

$$\rightarrow \frac{I}{\Delta S} = \rho_v v_L$$

$$\boxed{\mathbf{J} = \rho_v v_L \ [\mathrm{A/m^2}]}$$



5.1 전류 및 전류밀도

- (응용예제 5.1) $\mathbf{J} = 10\rho^2 z\mathbf{a}_\rho - 4\rho\cos^2\phi\,\mathbf{a}_\phi$ [mA/m^2]

(a) $\mathbf{J} =?$ at $P(\rho = 3, \phi = 30^\circ, z = 2)$

$$\mathbf{J} = 10\rho^2 z\mathbf{a}_\rho - 4\rho\cos^2\phi\,\mathbf{a}_\phi[\mathrm{mA/m^2}]$$

$$= 10 \times 3^2 \times 2\mathbf{a}_\rho - 4 \times 3\cos^2 30^\circ\mathbf{a}_\phi[\mathrm{mA/m^2}]$$

$$= 180\mathbf{a}_\rho - 9\mathbf{a}_\phi[\mathrm{mA/m^2}]$$

5.1 전류 및 전류밀도

- (응용예제 5.1) $\mathbf{J} = 10\rho^2 z\mathbf{a}_\rho - 4\rho\cos^2\phi\,\mathbf{a}_\phi$ $[\mathrm{mA/m^2}]$

  (b) I =? at $\rho = 3$, $0 < \phi < 2\pi$, $2 < z < 2.8$

$$I = \int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = \int_{z=2}^{2.8}\int_{\phi=0}^{2\pi}\left(10\rho^2 z\mathbf{a}_\rho - 4\rho\cos^2\phi\,\mathbf{a}_\phi\right)\times 10^{-3}\cdot\rho d\phi dz\mathbf{a}_\rho\Big|_{\rho=3}$$

$$= \int_{z=2}^{2.8}\int_{\phi=0}^{2\pi}\left(10\rho^2 z\mathbf{a}_\rho\cdot\mathbf{a}_\rho - 4\rho\cos^2\phi\,\mathbf{a}_\phi\cdot\mathbf{a}_\rho\right)\times 10^{-3}\rho d\phi dz\Big|_{\rho=3}$$

$$= \int_{z=2}^{2.8}\int_{\phi=0}^{2\pi}(10\rho^3 z)\times 10^{-3} d\phi dz\Big|_{\rho=3}$$

$$= \int_{z=2}^{2.8}\int_{\phi=0}^{2\pi} 270\times 10^{-3} z d\phi dz$$

$$= 270\times 10^{-3}\times\frac{1}{2}[2.8^2 - 2^2]\times 2\pi = 3.26A$$

5.2 전류의 연속성

전하의 보존원리

같은 양의 +, - 전하가 분리에 의해 발생하거나 재결합으로 소멸되는 경우는 있지만, 전하 각각은 결코 혼자 발생하거나 소멸되는 일은 없다.

- 전류의 연속 방정식(continuity equation)

$$I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

$$\boxed{\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_{vol} (\nabla \cdot \mathbf{J}) dv}$$

➢ 어떤 폐곡면을 통하여 밖으로 나가는 전류는 폐곡면 내의 전하감소량과 같다.

$$I = \int_{vol} (\nabla \cdot \mathbf{J}) dv = -\frac{d}{dt} \int_{vol} \rho_v \, dv$$

$$\therefore \nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{d\rho_v}{dt}$$

→ 미분형 또는 점형(differential form or point form)의 전류의 연속방정식

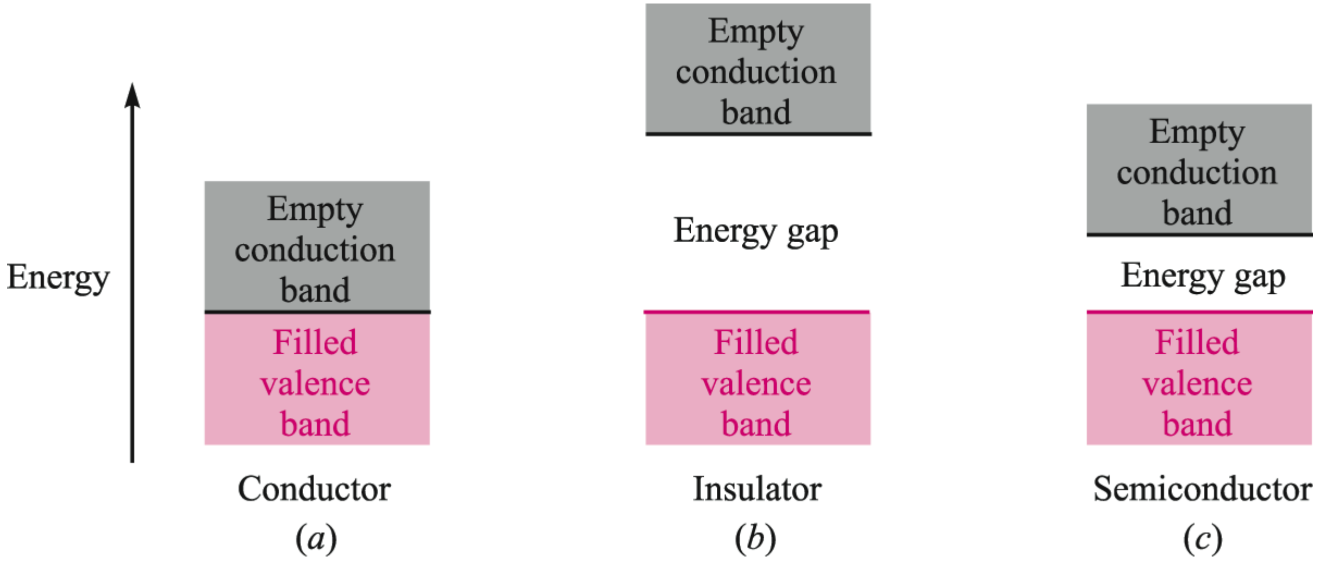
5.2 전류의 연속성

- (ex 1) $\mathbf{J} = \frac{1}{r} e^{-t} \mathbf{a}_r \ [\mathrm{A/m^2}]$
  - $t = 1$ sec일 때 $r = 5\ m$ 인 표면을 통해 바깥 쪽으로 흐르는 총 전류

$$I = J_r S = \left(\frac{1}{5} e^{-1}\right)(4\pi 5^2) = 23.1\ [A]$$

5.3 금속도체

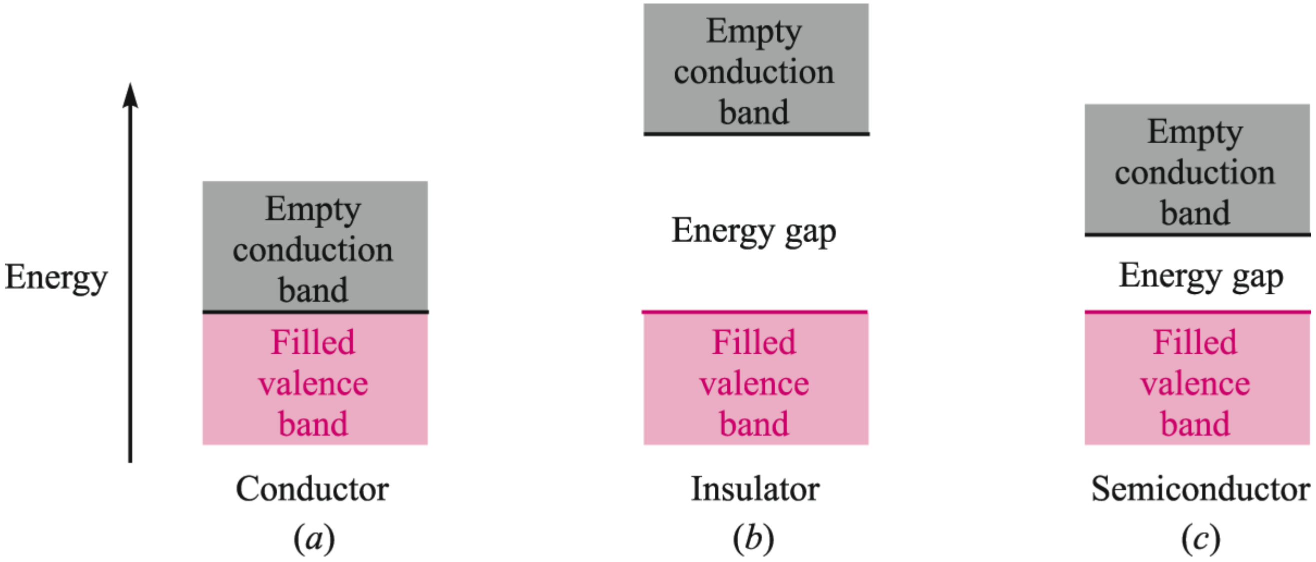
- 물질의 에너지대 구조
  - ➢ 가전자대(valence band)
  - ➢ 에너지갭(energy gap)
  - ➢ 전도대(conduction band)



- 가전자 (valence electron)
  - ➢ 가장 높은 에너지준위를 갖는 전자
    → 가전자대(valence band)에 위치

5.3 금속도체

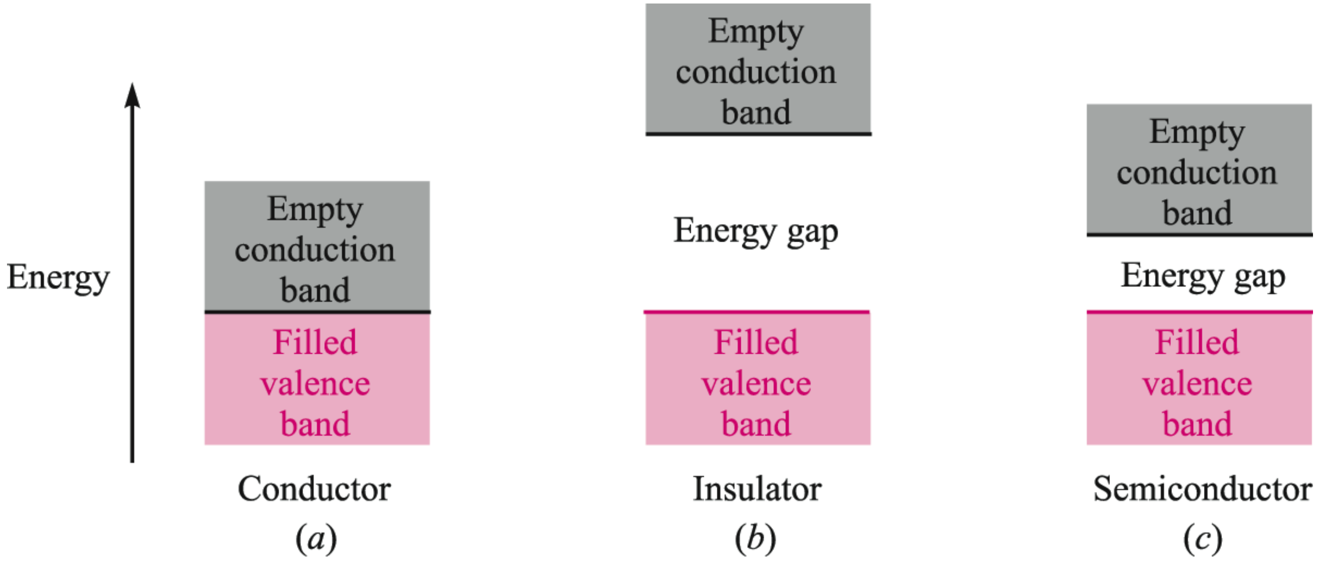
- 에너지대 구조에 따른 물질의 분류
  - 금속도체(metallic conductor)
  - 절연체(insulator)
  - 반도체(semiconductor)



- 금속도체(metallic conductor)
  - 가전자대에 전자가 채워지지 않은 높은 에너지준위가 존재하거나
  - 또는 전자가 충만된 가전자대와 전도대(conduction band)가 접속되어 있는 경우
  - 외부 전계에 의해 가전자에 운동에너지를 가해 주면 전자의 유동이 일어남

5.3 금속도체

- 절연체(insulator)
  - 가전자대와 전도대 사이에 큰 에너지 간격(energy gap)이 존재해 소량의 에너지로는 전자를 전도대로 옮길 수 없음
  - 매우 큰 에너지를 가해 전자가 에너지 간격을 뛰어 넘어 전도대로 옮겨지는 현상을 절연파괴라 함



- 반도체(semiconductor)
  - 절연체에 비해 작은 에너지 간격을 가지므로 일정 이상의 에너지가 가해지면 충만대(filled band)의 가장 높은 에너지준위의 전자가 전도대에 옮겨감. 도체의 성질을 갖는 절연체.

5.3 금속도체

- 금속도체
  - 자유전자(free electron, 가전자 또는 전도전자) $Q = -e$
  - 전계 $\mathbf{E}$ 내에서 Q가 받는 힘 $\mathbf{F} = Q\mathbf{E} = -e\mathbf{E}$
  - 드리프트 속도 (drift velocity)
    - **자유공간 내에서는 전자가 힘을 받으면 속도와 에너지가 가속되어 증가하지만, 결정체 내에서는 열적으로 여기되는 결정격자와의 충돌로 인해 방해를 받아 일정한 평균 속도를 가지게 된다.**
    - $\mathbf{v}_d = -\mu_e \mathbf{E}$ [m/s], μ_e : 이동도(mobility)
    - $\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v} = -\rho_e \mu_e \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$
    - σ : 도전율(conductivity), [siemens/meter, S/m, 1/Ω], 1S = 1 A/V

5.3 금속도체

- 옴의 법칙

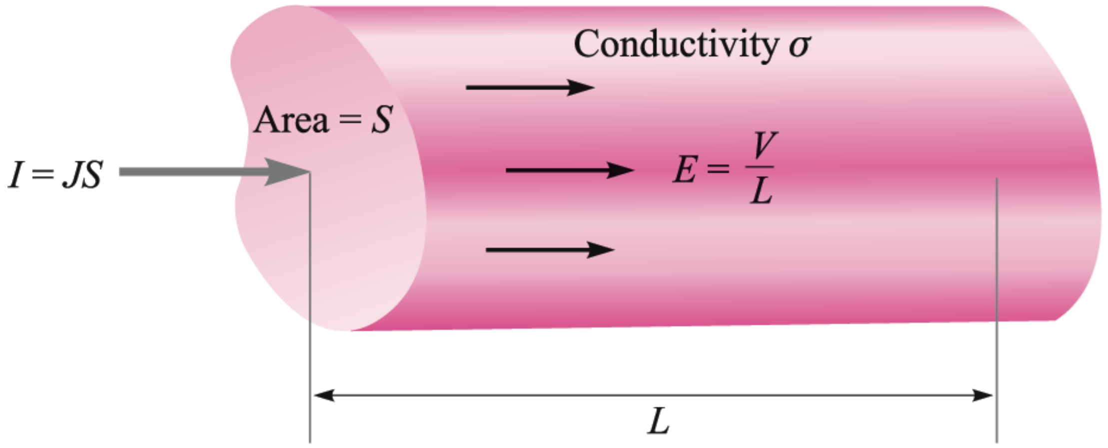
  - **J**와 **E**가 균일하다고 가정하면

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \;\leftarrow I = JS, V = EL$$

$$\frac{I}{S} = \sigma\frac{V}{L}$$

$$V = \frac{L}{\sigma S}I = RI \quad \leftarrow R = \frac{L}{\sigma S}$$

$$R = \frac{L}{\sigma S} \quad [\mathrm{Ohm}, \Omega]$$



- (예제 5.1) 동선의 저항?
  - $d = 0.0508inch, l = 1.0mile, \sigma = 5.80 \times 10^7 S/m$

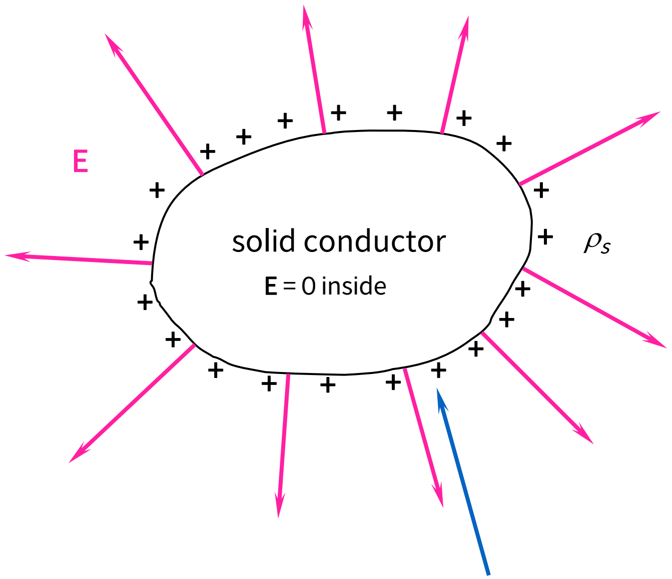
$$R = \frac{L}{\sigma S} = \frac{1mile}{(5.8 \times S/m)(0.0508inch)}$$

$$= \frac{1mile}{(5.8 \times S/m)(\pi \times 0.0254^2 inch^2)} = 21.2\Omega$$

5.4 도체의 성질 및 경계조건

- 정전상태(electrostatics)의 도체의 성질
  - 도체 내부의 전계
    - 도체 내부에는 전하가 존재할 수 없고, 표면에만 전하가 분포
    - 도체 내의 $\mathbf{E} = 0,\ \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$
  - **도체 외부의 전계**
    - **접선 성분 : 0**
    - **법선 성분 : 가우스 법칙**

$$\Psi = \int_S D_S \cdot dS = \int_{vol} \rho_v dv = Q \quad \rightarrow \quad D_N = \rho_s$$



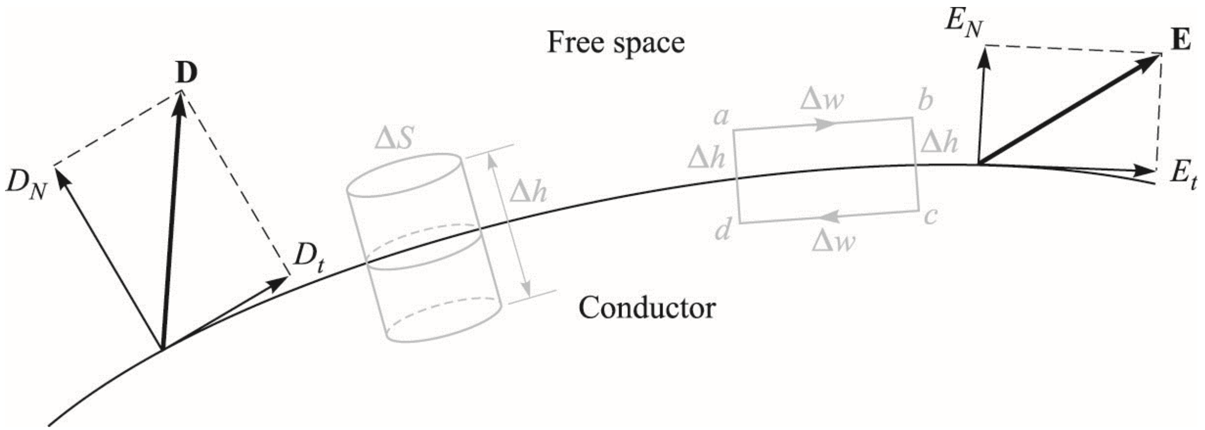
5.4 도체의 성질 및 경계조건

- 접선 성분

$$\oint E \cdot dL = 0, \qquad \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a = 0$$

$$E_t \Delta w - E_{N,at\,b}\frac{1}{2}\Delta h + E_{N,at\,a}\frac{1}{2}\Delta h = 0$$

$$E_t \Delta w = 0 \rightarrow E_t = 0$$



1. 도체 내부의 정전계 세기는 0
2. 도체 표면 상의 정전계 세기는 표면의 법선방향
3. 도체 표면은 등전위면

- 법선 성분

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q,$$

$$\int_{top} + \int_{bottom} + \int_{sides} = Q$$

$$D_N \Delta_S = Q = \rho_S \Delta S$$

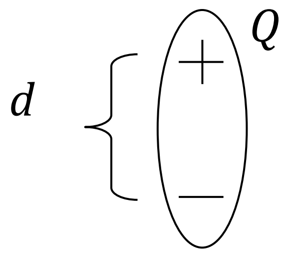
$$D_N = \rho_S$$

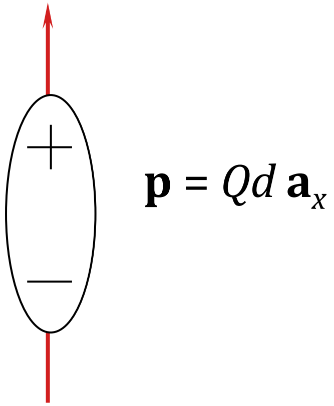
$$D_t = E_t = 0$$

$$D_N = \varepsilon_0 E_N = \rho_S$$

5.7 유전재료의 성질

- 유극성분자 → 정상상태에서는 랜덤한 방향, 외부 전계하에서는 같은방향으로 배열
- 무극성분자 → 전계를 가하면 쌍극자를 형성함 : 쌍극자 모멘트 $\mathbf{p} = Q\mathbf{d}$
  - 단위체적당 쌍극자모멘트 → 분극 : $\mathbf{P}$



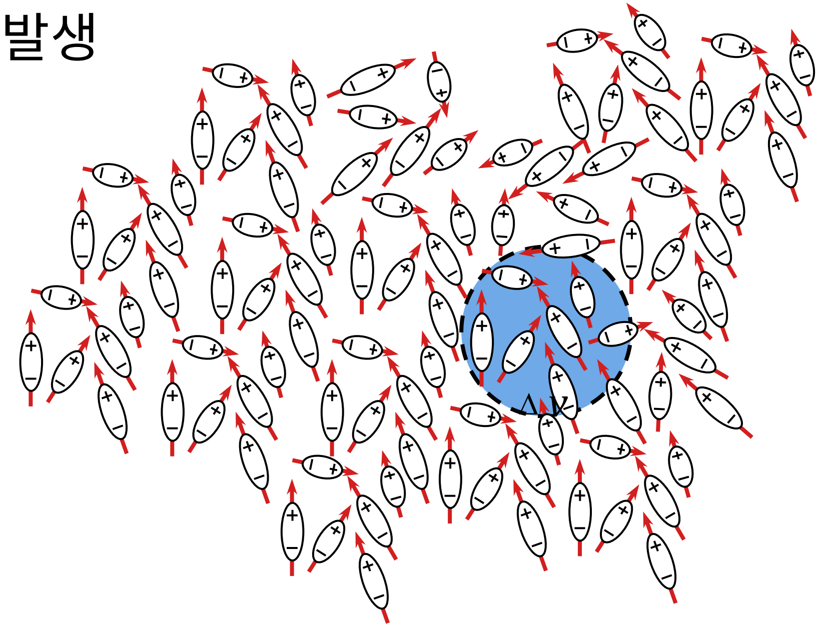


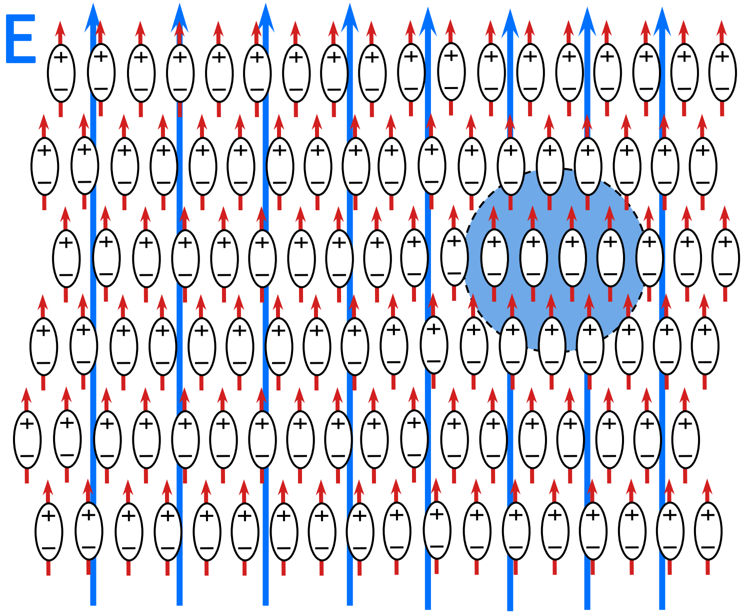
- 무극성분자의 경우 전계가 없으면 : $\mathbf{P} = 0$, 전계를 가하면 $\mathbf{P} = Q\mathbf{d}$

  → 물체의 표면에서 전속이 발생

  → $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i$$

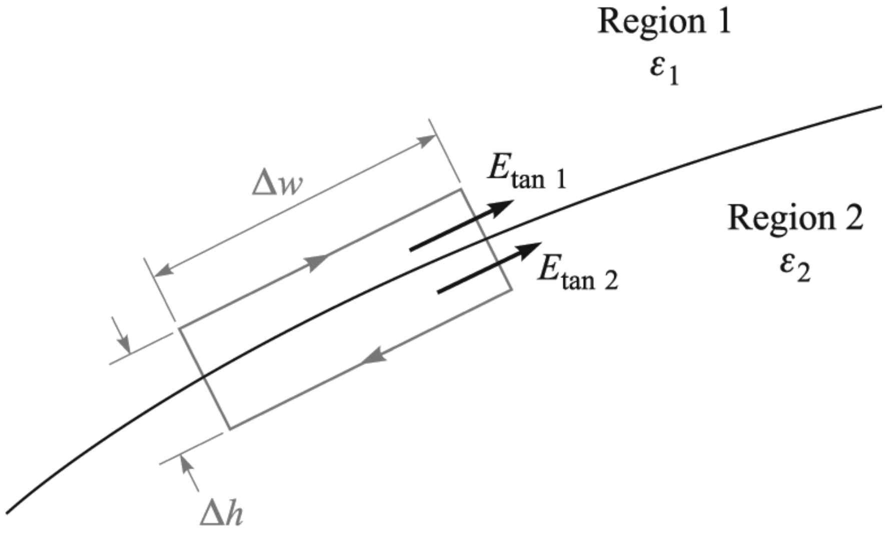




- 전계의 세기와 분극의 관계 : 전계 ↑ → 분극 ↑ ⇒ $\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$
  - $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} = (\chi_e + 1)\mathbf{E}$, $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$
  - $\varepsilon_r = \chi_e + 1, \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

5.8 완전유전체에 대한 경계조건

- 도체와의 경계조건 : $E_t = 0, D_N = \rho_S$
- 접선 경계



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$

$$E_{\tan1}\Delta w - E_{\tan2}\Delta w = 0$$

$\therefore E_{\tan1} = E_{\tan2}$ (유전체 경계면에서 **E**의 접선 성분은 연속)

$$\frac{D_{\tan1}}{\varepsilon_1} = E_{\tan1} = E_{\tan2} = \frac{D_{\tan2}}{\varepsilon_2}$$

$\dfrac{D_{\tan1}}{D_{\tan2}} = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ (유전체 경계면에서 **D**의 접선 성분은 불연속)

5.8 완전유전체에 대한 경계조건

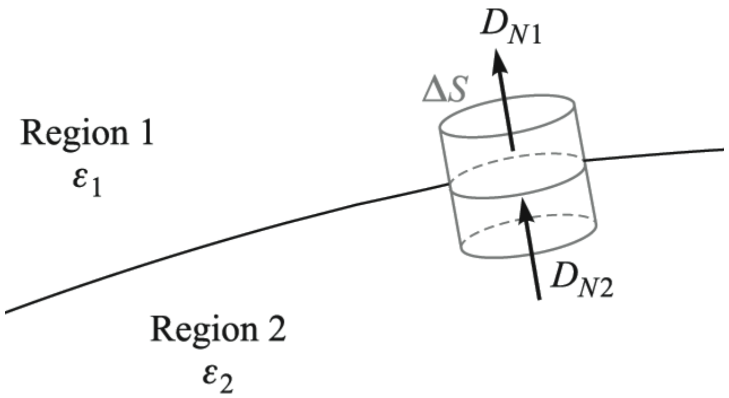
- 법선 전속밀도

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$D_{N1}\Delta S - D_{N2}\Delta S = \Delta Q = \rho_s \Delta S$$

$$D_{N1} - D_{N2} = \rho_s$$

$\therefore D_{N1} = D_{N2}$ (일반적으로 유전체 표면에는 자유전하 X, 경계면에서 **D**의 법선 성분은 연속)



$$\varepsilon_1 E_{N1} = D_{N1} = D_{N2} = \varepsilon_2 E_2$$

$$\frac{E_{N1}}{E_{N2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$ (유전체 경계면에서 **E**의 접선 성분은 불연속)

5.8 완전유전체에 대한 경계조건

- 경계조건의 응용
  - 법선 전속밀도가 연속

$$D_{N1} = D_{N2}, \qquad D_1 \cos\theta_1 = D_2 \cos\theta_2$$

  - 접선 전계가 연속

$$E_{\tan 1} = E_{\tan 2}$$

$$\frac{D_{\tan 1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{\tan 2}}{\varepsilon_2}$$

$$\frac{D_{\tan 1}}{D_{\tan 2}} = \frac{D_1 \sin\theta_1}{D_2 \sin\theta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$\therefore \ \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (\varepsilon_1 > \varepsilon_2 \ \Rightarrow \theta_1 > \theta_2)$$